**ĐỀ THAM KHẢO**
**PHÁT TRIỂN MINH HỌA BGD 2024**
*(Đề gồm có 06 trang)*

**KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA NĂM 2024**
**Bài thi môn: TOÁN**
*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

**Họ và tên thí sinh:**.....................................................
**Số báo danh:**..........................................................

**ĐỀ VIP 2**

**Câu 1:** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | | $5$ | | $1$ | | $+\infty$ |

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

**A.** $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=5$.

**Câu 2:** Nguyên hàm $\int \frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$ bằng

**A.** $\tan x+C$. **B.** $-\cot x+C$. **C.** $\cot x+C$. **D.** $-\tan x+C$.

**Câu 3:** Phương trình $\log_3\left(5x-1\right)=2$ có nghiệm là

**A.** $x=2$. **B.** $x=\frac{8}{5}$. **C.** $x=\frac{9}{5}$. **D.** $x=\frac{11}{5}$.

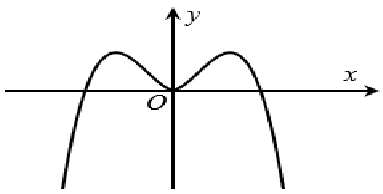
**Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho véctơ $\vec{a}\left(-3;2;1\right)$ và điểm $A\left(4;6;-3\right)$, tọa độ điểm $B$ thỏa mãn $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ là

**A.** $\left(7;4;-4\right)$. **B.** $\left(-1;-8;2\right)$. **C.** $\left(1;8;-2\right)$. **D.** $\left(-7;-4;4\right)$.

**Câu 5:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2-x}{2x+1}$ có phương trình là:

**A.** $x=-\frac{1}{2}$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-\frac{1}{2}$. **D.** $x=2$.

**Câu 6:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình vẽ bên




**A.** $y=-x^4-4x^2$. **B.** $y=-x^4+4x^2$. **C.** $y=-x^3+2x$. **D.** $y=x^3-2x$.

**Câu 7:** Tập xác định của hàm số $y=\left(x-1\right)^{\sqrt{3}}$ là

**A.** $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;+\infty\right)$.

**Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{3}=\frac{y+5}{4}=\frac{z-2}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của $d$?

**A.** $\overrightarrow{u_2}=\left(3;4;-1\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=\left(2;-5;2\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=\left(2;5;-2\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=\left(3;4;1\right)$.

**Câu 9:** Cho số phức $z=2i+1$, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$?

**A.** $G\left(1;-2\right)$. **B.** $T\left(2;-1\right)$. **C.** $K\left(2;1\right)$. **D.** $H\left(1;2\right)$.

**Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2;1;2)$, bán kính bằng $3$ là

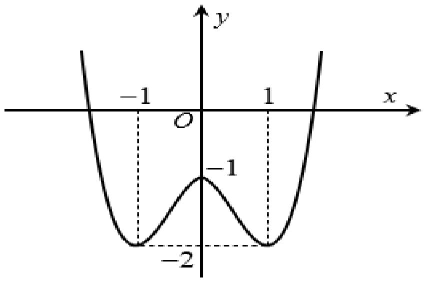
**A.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=3$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=3$.

**C.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$.

**Câu 11:** Với $a$ là số thực dương tùy ý, khi đó $\log_8\left(a^6\right)$ bằng

**A.** $2\log_2 a$. **B.** $18\log_2 a$. **C.** $3\log_2 a$. **D.** $2+\log_2 a$.

**Câu 12:** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên:




Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

**Câu 13:** Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và thể tích bằng 6 thì chiều cao bằng

**A.** $6$. **B.** $4$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Câu 14:** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2+x^2}>16$ là

**A.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **B.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

**C.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2};+\infty\right)$.

**Câu 15:** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(0;+\infty)$?

**A.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **B.** $y=\log x$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $\ln x$.

**Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Oxz)$?

**A.** $\vec{n}=(1;-1;0)$. **B.** $\vec{n}=(0;1;0)$ **C.** $\vec{n}=(1;0;1)$. **D.** $\vec{n}=(1;-1;1)$.

**Câu 17:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $\Vert$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

**A.** $3$. **B.** $4$. **C.** $1$. **D.** $2$.

**Câu 18:** Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$; $\int_0^1\left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x=-8$ thì $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x$ bằng

**A.** $-5$. **B.** $5$. **C.** $-6$. **D.** $-3$.

**Câu 19:** Nếu $\int_0^1\left[3f(x)+x\right]\mathrm{d}x=2$ thì $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

**A.** $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $2$. **D.** $\frac{2}{3}$.

**Câu 20:** Một khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $a$, chiều cao bằng $4a$ có thể tích là

**A.** $4a^3$.　**B.** $\frac{4}{3}a^3$.　**C.** $\frac{16a^3}{3}$.　**D.** $16a^3$.

**Câu 21:** Cho hai số phức $z_1 = 2 - i; z_2 = 1 + 2i$. Phần ảo của số phức $z_2.z_1$ bằng

**A.** 3.　**B.** $-2$.　**C.** $-2i$.　**D.** $3i$.

**Câu 22:** Một hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$, bán kính đáy bằng $a$ thì độ dài đường sinh bằng

**A.** $3a$.　**B.** $5a$.　**C.** $\sqrt{5}a$.　**D.** $3\sqrt{2}a$.

**Câu 23:** Một lớp học có 10 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh của lớp học sao cho trong 3 bạn được chọn có cả nam và nữ?

**A.** 10350.　**B.** 3450.　**C.** 1845.　**D.** 1725.

**Câu 24:** Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x} + 1$ là

**A.** $3e^{3x} + C$.　**B.** $\frac{1}{3}e^{3x} + x + C$.　**C.** $\frac{1}{3}e^{3x} + C$.　**D.** $3e^{3x} + x + C$.

**Câu 25:** Gọi $A, B$ là hai giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y = 3x - 2$. Khi đó trung điểm của đoạn thẳng có tung độ là.

**A.** $x = \frac{7}{6}$.　**B.** $x = \frac{7}{3}$.　**C.** $y = \frac{3}{2}$.　**D.** $y = -5$.

**Câu 26:** Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy là $a$. Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

**A.** $3a$.　**B.** $\frac{3a}{2}$.　**C.** $\frac{2a}{3}$.　**D.** $2a$.

**Câu 27:** Cấp số nhân $(u_n)$ có $u_1 = 2, u_2 = 1$ thì công bội của cấp số nhân này là

**A.** $-2$.　**B.** $2$.　**C.** $-\frac{1}{2}$.　**D.** $\frac{1}{2}$.

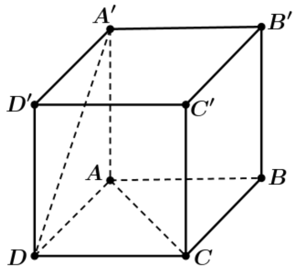
**Câu 28:** Cho số phức $z = 9 - 5i$. Phần ảo của số phức $\overline{z}$ là

**A.** $5$.　**B.** $5i$.　**C.** $-5$.　**D.** $-5i$

**Câu 29:** Trong mặt phẳng với hệ toạ độ $Oxy$, biết điểm $M(3;-5)$ là điểm biểu diễn số phức $z$. Phần ảo của số phức $z + 2i$ bằng

**A.** $2$.　**B.** $-5$.　**C.** $-3$.　**D.** $5$.

**Câu 30:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng $AC$ và $A'D$ bằng




**A.** $45°$.　**B.** $30°$.　**C.** $60°$.　**D.** $90°$.

**Câu 31:** Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, $AC = AD = 2$, $AB = 1$ và $BC = \sqrt{5}$. Tính khoảng cách $d$ từ $A$ đến mặt phẳng $(BCD)$.

**A.** $d = \frac{\sqrt{6}}{3}$.　**B.** $d = \frac{\sqrt{6}}{2}$.　**C.** $d = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.　**D.** $d = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

**Câu 32:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(1-x\right)^2\left(x+1\right)^3\left(3-x\right)$. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(-1;3\right)$. **D.** $\left(3;+\infty\right)$.

**Câu 33:** Có ba chiếc hộp: hộp I có 4 bi đỏ và 5 bi xanh, hộp II có 3 bi đỏ và 2 bi đen, hộp III có 5 bi đỏ và 3 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra một hộp rồi lấy một viên bi từ hộp đó. Xác suất để viên bi lấy được màu đỏ bằng

**A.** $\dfrac{601}{1080}$. **B.** $\dfrac{6}{11}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{61}{360}$.

**Câu 34:** Nếu $\int\limits_1^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$ thì giá trị của $\int\limits_1^5\left(2x-3f\left(x\right)\right)\mathrm{d}x$ bằng

**A.** $-2$. **B.** $13$. **C.** $12$. **D.** $6$.

**Câu 35:** Cho hàm số $f\left(x\right)=x^4-8x^2+5$. Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[0;3\right]$. Tính tổng $M+m$.

**A.** $3$. **B.** $-6$. **C.** $6$. **D.** $19$.

**Câu 36:** Cho biết hai số thực dương $a$ và $b$ thỏa mãn $\log_a^2\left(ab\right)=4$; với $b>1>a>0$. Hỏi giá trị của biểu thức $\log_a^3\left(ab^2\right)$ tương ứng bằng bao nhiêu?

**A.** $8$. **B.** $25$. **C.** $-27$. **D.** $-125$.

**Câu 37:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường tròn $\left(C\right)$ tâm $O$ có bán kính bằng $2$ và nằm trong mặt phẳng $\left(xOy\right)$. Phương trình mặt cầu chứa đường tròn $\left(C\right)$ và đi qua điểm $A\left(0;0;-4\right)$ la

**A.** $x^2+y^2+z^2=\dfrac{25}{4}$. **B.** $x^2+y^2+\left(z-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{25}{4}$.

**C.** $x^2+y^2+\left(z+\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{25}{4}$. **D.** $x^2+y^2+\left(z+4\right)^2=1$.

**Câu 38:** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A\left(1;-2;0\right)$ và hai mặt phẳng $\left(P\right):x-y+z=0$; $\left(Q\right):2x-z+1-0$. Đường thẳng đi qua $A$ song song với $\left(P\right)$ và $\left(Q\right)$ có phương trình là

**A.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{1}$.

**C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{2}$.

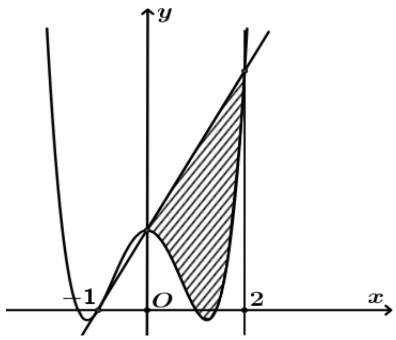
**Câu 39:** Biết rằng phương trình $\log_3^2 x-\left(m+2\right)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1x_2=27$. Khi đó tổng $x^2{}_1+x^2{}_2$ bằng

**A.** $5$. **B.** $81$. **C.** $36$. **D.** $90$.

**Câu 40:** Tính tổng các giá trị nguyên của tham số $m$ trên $\left[-20;20\right]$ để hàm số $y=\dfrac{\sin x+m}{\sin x-1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$

**A.** $209$. **B.** $202$. **C.** $-209$. **D.** $-210$.

**Câu 41:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị $\left(C\right)$, biết rằng $\left(C\right)$ đi qua điểm $A\left(-1;0\right)$, tiếp tuyến $d$ tại $A$ của $\left(C\right)$ cắt $\left(C\right)$ tại hai điểm có hoành độ lần lượt là $0$ và $2$. Khi diện tích hình phẳng giới hạn bởi $d$, đồ thị $(C)$ và hai đường thẳng $x=0$; $x=2$ có diện tích bằng $\frac{28}{5}$ (phần gạch sọc) thì $\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$ bằng:




**A.** $\frac{2}{5}$.   **B.** $\frac{1}{4}$.   **C.** $\frac{2}{9}$.   **D.** $\frac{6}{5}$.

**Câu 42:** Cho số phức $z$ có phần thực là số nguyên và $z$ thỏa mãn $|z|-2\overline{z}+7=3i+z$. Tính môđun của số phức $\omega=z^2-z-17i$ bằng:

**A.** $10$.   **B.** $5$.   **C.** $7$.   **D.** $\sqrt{\frac{20}{3}}$.

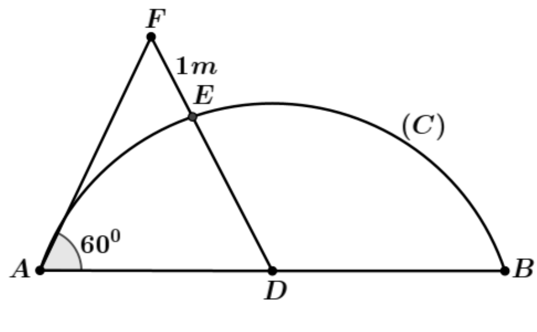
**Câu 43:** Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông; khoảng cách và góc giữa hai đường thẳng $AC$ và $DC'$ lần lượt bằng $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$ và $\varphi$ với $\cos\varphi=\frac{\sqrt{2}}{4}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

**A.** $3a^3$.   **B.** $9a^3$.   **C.** $3\sqrt{3}a^3$.   **D.** $\sqrt{3}a^3$.

**Câu 44:** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=8$ và các điểm $A(3;0;0), B(4;2;1)$. Gọi $M$ là một điểm bất kỳ thuộc mặt cầu $(S)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA+2MB$?

**A.** $4\sqrt{2}$.   **B.** $3\sqrt{2}$.   **C.** $2\sqrt{2}$.   **D.** $6\sqrt{2}$.

**Câu 45:** Mặt tiền nhà thầy Nam có chiều ngang $AB=4\text{m}$, thầy Nam muốn thiết kế lan can nhô ra có dạng là một phần của đường tròn $(C)$ (hình vẽ). Vì phía trước vướng cây tại vị trí $F$ nên để an toàn, thầy Nam cho xây dựng đường cong đi qua vị trí điểm $E$ thuộc đoạn $DF$ sao cho $E$ cách $F$ một khoảng $1\text{m}$, trong đó $D$ là trung điểm của $AB$. Biết $AF=2\text{m}$, $\widehat{DAF}=60^0$ và lan can cao $1\text{m}$ làm bằng inox với giá 2,2 triệu/m$^2$. Tính số tiền thầy Nam phải trả (làm tròn đến hàng ngàn).




**A.** 7.568.000.   **B.** 10.405.000.   **C.** 9.977.000.   **D.** 8.124.000.

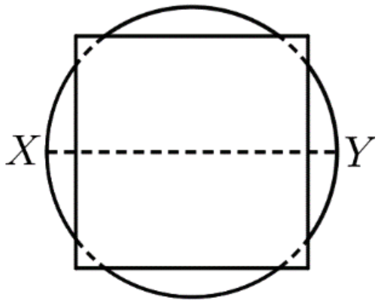
**Câu 46:** Xét các số thực dương $x$, $y$ thay đổi thỏa mãn $\frac{x+y}{10}+\log\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{2y}\right)=1+2xy$. Khi biểu thức $\frac{20}{x^2}+\frac{5}{y^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất, tích $xy$ bằng:

**A.** $\frac{1}{32}$.   **B.** $\frac{9}{100}$.   **C.** $\frac{9}{200}$.   **D.** $\frac{1}{64}$.

**Câu 47:** Cho $z$ và $w$ là các số phức thỏa mãn các điều kiện $w(z+1)+iz-1=0$ và điểm biểu diễn số phức $z$ nằm trên đường tròn $x^2+y^2=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|w+1-2i|$ thuộc khoảng nào sau đây?

**A.** $(1;2)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(2;3)$.

**Câu 48:** Cho hình vuông có độ dài cạnh bằng $8\text{cm}$ và một hình tròn có bán kính $5\text{cm}$ được xếp chồng lên nhau sao cho tâm của hình tròn trùng với tâm của hình vuông như hình vẽ bên. Tính thể tích $V$ của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục $XY$.




**A.** $V=\dfrac{260\pi}{3}\text{cm}^3$. **B.** $V=\dfrac{290\pi}{3}\text{cm}^3$. **C.** $V=\dfrac{580\pi}{3}\text{cm}^3$. **D.** $V=\dfrac{520\pi}{3}\text{cm}^3$.

**Câu 49:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2(x^2-x)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{1}{2}x^2-6x+m\right)$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của $S$?

**A.** $154$. **B.** $17$. **C.** $213$. **D.** $153$.

**Câu 50:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z=0$ và mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;1;2)$ bán kính $R=1$. Xét điểm $M$ thay đổi trên $(P)$. Khối nón $(N)$ có đỉnh là $I$ và đường tròn đáy là đường tròn đi qua tất cả các tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ $M$ đến $(S)$. Khi $(N)$ có thể tích lớn nhất, mặt phẳng chứa đường tròn đáy của $(N)$ có phương trình là $x+ay+bz+c=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

**A.** $-2$. **B.** $0$. **C.** $3$. **D.** $2$.

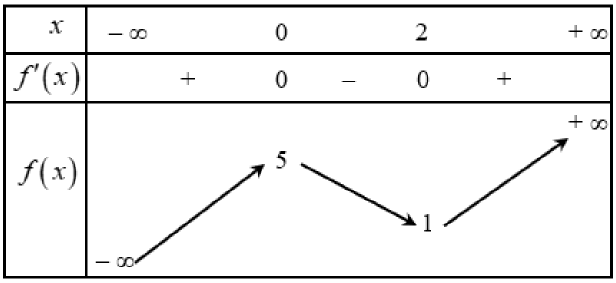
--------------------HẾT--------------------

## BẢNG ĐÁP ÁN

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1.C** | **2.B** | **3.A** | **4.C** | **5.C** | **6.B** | **7.C** | **8.A** | **9.A** | **10.D** |
| **11.A** | **12.A** | **13.C** | **14.B** | **15.A** | **16.B** | **17.B** | **18.B** | **19.B** | **20.B** |
| **21.A** | **22.B** | **23.D** | **24.B** | **25.C** | **26.B** | **27.D** | **28.A** | **29.C** | **30.C** |
| **31.A** | **32.C** | **33.A** | **34.C** | **35.A** | **36.D** | **37.C** | **38.C** | **39.D** | **40.C** |
| **41.D** | **42.B** | **43.B** | **44.D** | **45.C** | **46.D** | **47.C** | **48.D** | **49.D** | **50.B** |

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:




Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

**A.** $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=5$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ bảng biến thiên, hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.

**Câu 2:** $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx$ bằng

**A.** $\tan x+C$. **B.** $-\cot x+C$. **C.** $\cot x+C$. **D.** $-\tan x+C$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Áp dụng công thức trong bảng nguyên hàm, ta có: $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx=-\cot x+C$.

**Câu 3:** Phương trình $\log_3(5x-1)=2$ có nghiệm là

**A.** $x=2$. **B.** $x=\frac{8}{5}$. **C.** $x=\frac{9}{5}$. **D.** $x=\frac{11}{5}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện $5x-1>0 \Leftrightarrow x>\frac{1}{5}$.

Ta có $\log_3(5x-1)=2 \Leftrightarrow 5x-1=3^2 \Leftrightarrow 5x=10 \Leftrightarrow x=2$.

**Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho véctơ $\vec{a}(-3;2;1)$ và điểm $A(4;6;-3)$, tọa độ điểm $B$ thỏa mãn $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ là

**A.** $(7;4;-4)$. **B.** $(-1;-8;2)$. **C.** $(1;8;-2)$. **D.** $(-7;-4;4)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $B(x;y;z)$, ta có $\overrightarrow{AB}=(x-4;y-6;z+3)$. Do $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ nên $\begin{cases} x-4=-3 \\ y-6=2 \\ z+3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=8 \\ z=-2 \end{cases}$

Khi đó $B(1;8;-2)$.

**Câu 5:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{2x+1}$ có phương trình là:

**A.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=2$.

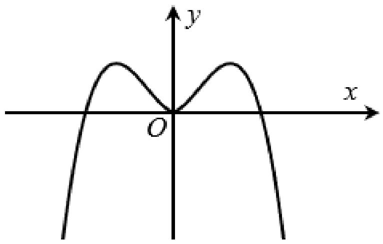
**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-x}{2x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{2}{x}-1}{2+\dfrac{1}{x}}=-\dfrac{1}{2}$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-x}{2x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\dfrac{2}{x}-1}{2+\dfrac{1}{x}}=-\dfrac{1}{2}$.

Nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{2x+1}$ là $y=-\dfrac{1}{2}$.

**Câu 6:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình vẽ bên




**A.** $y=-x^4-4x^2$. **B.** $y=-x^4+4x^2$. **C.** $y=-x^3+2x$. **D.** $y=x^3-2x$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị hàm số trên có dạng của đồ thị hàm bậc bốn trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$, hệ số $a<0$, có 3 cực trị nên $ab<0$.

**Câu 7:** Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\sqrt{3}}$ là

**A.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện: $x-1>0\Leftrightarrow x>1$. Vậy tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\sqrt{3}}$ là $(1;+\infty)$.

**Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-2}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của $d$?

**A.** $\overrightarrow{u_2}=(3;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-5;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;5;-2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;4;1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào phương trình chính tắc của đường thẳng $d$ ta có vectơ chỉ phương của $d$ là $\overrightarrow{u_2}=(3;4;-1)$.

**Câu 9:** Cho số phức $z=2i+1$, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$?

**A.** $G(1;-2)$. **B.** $T(2;-1)$. **C.** $K(2;1)$. **D.** $H(1;2)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Do $z=2i+1=1+2i$ nên $\overline{z}=1-2i$. Vậy $\overline{z}$ có điểm biểu diễn là $G(1;-2)$.

**Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2;1;2)$, bán kính bằng $3$ là

**A.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=3$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=3$.

**C.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình mặt cầu có tâm $I(2;1;2)$ bán kính bằng $3$ là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$.

**Câu 11:** Với $a$ là số thực dương tùy ý, khi đó $\log_8(a^6)$ bằng

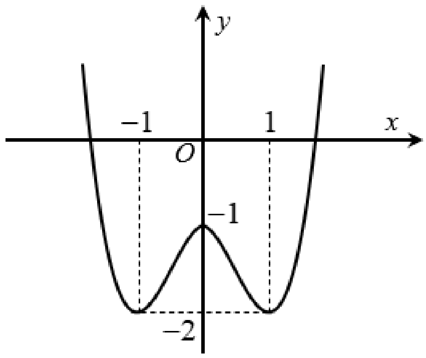
**A.** $2\log_2 a$. **B.** $18\log_2 a$. **C.** $3\log_2 a$. **D.** $2+\log_2 a$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $\log_8(a^6)=6.\log_{2^3} a=6.\frac{1}{3}\log_2 a=2\log_2 a$.

**Câu 12:** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên:




Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào hình vẽ ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 13:** Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và thể tích bằng 6 thì chiều cao bằng

**A.** $6$. **B.** $4$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có thể tích lăng trụ có diện tích đáy $B$, chiều cao $h$ là: $V=B.h\Rightarrow h=\frac{V}{B}=\frac{6}{3}=2$.

**Câu 14:** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2+x^2}>16$ là

**A.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2};+\infty)$.

**C.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-\sqrt{2}]\cup[\sqrt{2};+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có. $2^{2+x^2}>16\Leftrightarrow 2+x^2>4\Leftrightarrow x^2>2\Leftrightarrow x\in(-\infty;-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2};+\infty)$

**Câu 15:** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(0;+\infty)$?

**A.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x$.　　**B.** $y=\log x$.　　**C.** $y=\log_2 x$.　　**D.** $\ln x$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$ vì hàm số có cơ số bằng $\frac{1}{2}<1$.

**Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(Oxz)$?

**A.** $\vec{n}=(1;-1;0)$.　　**B.** $\vec{n}=(0;1;0)$　　**C.** $\vec{n}=(1;0;1)$.　　**D.** $\vec{n}=(1;-1;1)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Mặt phẳng $(Oxz)$ vuông góc với trục $Oy$ nên nhận véc tơ $\vec{n}=\vec{j}=(0;1;0)$ làm VTPT.

**Câu 17:** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | \|\| | $-$ | $0$ | $+$ | |

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

**A.** $3$.　　**B.** $4$.　　**C.** $1$.　　**D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu khi $x$ lần lượt đi qua $4$ điểm $x=-1; x=0; x=1; x=2$ nên hàm số đã cho có $4$ điểm cực trị.

**Câu 18:** Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2;\ \int_0^1\left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x=-8$ thì $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x$ bằng

**A.** $-5$.　　**B.** $5$.　　**C.** $-6$.　　**D.** $-3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\int_0^1\left[f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x=-8 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x-2\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=-8$

$\Leftrightarrow \int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\left(\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+8\right)=5$.

**Câu 19:** Nếu $\int_0^1\left[3f(x)+x\right]\mathrm{d}x=2$ thì $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

**A.** $-\frac{1}{2}$.　　**B.** $\frac{1}{2}$.　　**C.** $2$.　　**D.** $\frac{2}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $\int_0^1\left[3f(x)+x\right]\mathrm{d}x=3\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^1 x\mathrm{d}x=3\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\frac{1}{2}=2$.

$\Leftrightarrow 3\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}\Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$.

**Câu 20:** Một khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $a$, chiều cao bằng $4a$ có thể tích là

**A.** $4a^3$.　**B.** $\frac{4}{3}a^3$.　**C.** $\frac{16a^3}{3}$.　**D.** $16a^3$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}a^2.4a=\frac{4}{3}a^3$.

**Câu 21:** Cho hai số phức $z_1=2-i; z_2=1+2i$. Phần ảo của số phức $z_2.z_1$ bằng

**A.** 3.　**B.** $-2$.　**C.** $-2i$.　**D.** $3i$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $z_2.z_1=(1+2i)(2-i)=4+3i$.

Khi đó số phức $z_2.z_1$ có phần ảo bằng 3.

**Câu 22:** Một hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$, bán kính đáy bằng $a$ thì độ dài đường sinh bằng

**A.** $3a$.　**B.** $5a$.　**C.** $\sqrt{5}a$.　**D.** $3\sqrt{2}a$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi $R, l$ lần lượt là bán kính đường tròn đáy và độ dài đường sinh của hình nón đã cho.

Theo giả thiết ta có $\pi Rl=5\pi a^2$ và $R=a$ nên $l=\frac{5\pi a^2}{\pi a}=5a$.

**Câu 23:** Một lớp học có 10 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh của lớp học sao cho trong 3 bạn được chọn có cả nam và nữ?

**A.** 10350.　**B.** 3450.　**C.** 1845.　**D.** 1725.

**Lời giải**

**Chọn D**

Số cách chọn 3 học sinh bất kỳ là $C_{25}^3$.

Số cách chọn 3 học sinh toàn nam là $C_{10}^3$.

Số cách chọn 3 học sinh toàn nữ là $C_{15}^3$.

Vậy số cách chọn 3 học sinh có nam và nữ là $C_{25}^3-C_{10}^3-C_{15}^3=1725$.

**Câu 24:** Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x}+1$ là

**A.** $3e^{3x}+C$.　**B.** $\frac{1}{3}e^{3x}+x+C$.　**C.** $\frac{1}{3}e^{3x}+C$.　**D.** $3e^{3x}+x+C$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(e^{3x}+1\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}e^{3x}+x+C$.

**Câu 25:** Gọi $A, B$ là hai giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y=3x-2$. Khi đó trung điểm của đoạn thẳng có tung độ là.

**A.** $x=\frac{7}{6}$.　**B.** $x=\frac{7}{3}$.　**C.** $y=\frac{3}{2}$.　**D.** $y=-5$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $x_A, x_B$ là hoành độ giao điểm $A, B$ của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y=3x-2$

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho là nghiệm của phương trình:

$$\frac{2x+1}{x-1}=3x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ 2x-1=(x-1)(3x-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ 3x^2-7x+1=0 \end{cases} \Rightarrow x_A+x_B=\frac{7}{3}$$

Gọi $I(x_I; y_I)$ là trung điểm của đoạn thẳng $AB$.

Ta có $x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{7}{6} \Rightarrow y_I=3x_I-2=\dfrac{3}{2}$.

**Câu 26:** Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy là $a$. Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

**A.** $3a$. **B.** $\dfrac{3a}{2}$. **C.** $\dfrac{2a}{3}$. **D.** $2a$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có $S_{xq}=2\pi rh=3\pi a^2 \Leftrightarrow h=\dfrac{3\pi a^2}{2\pi r}=\dfrac{3a^2}{2r} \Leftrightarrow h=\dfrac{3a^2}{2a}=\dfrac{3a}{2}$.

**Câu 27:** Cấp số nhân $(u_n)$ có $u_1=2,\ u_2=1$ thì công bội của cấp số nhân này là

**A.** $-2$. **B.** $2$. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Công bội của cấp số nhân đã cho là: $q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{1}{2}$.

**Câu 28:** Cho số phức $z=9-5i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là

**A.** $5$. **B.** $5i$. **C.** $-5$. **D.** $-5i$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $\bar{z}=9+5i$ nên có phần ảo là $5$.

**Câu 29:** Trong mặt phẳng với hệ toạ độ $Oxy$, biết điểm $M(3;-5)$ là điểm biểu diễn số phức $z$. Phần ảo của số phức $z+2i$ bằng

**A.** $2$. **B.** $-5$. **C.** $-3$. **D.** $5$.

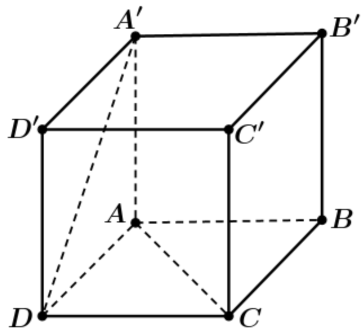
**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có điểm $M(3;-5)$ là điểm biểu diễn số phức $z$ nên $z=3-5i \Rightarrow z+2i=3-3i$.

Phần ảo của số phức $z+2i$ bằng $-3$.

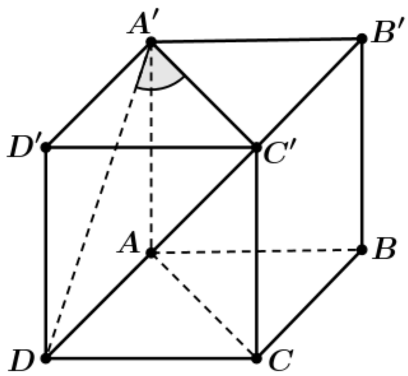
**Câu 30:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng $AC$ và $A'D$ bằng




**A.** $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

**Lời giải**

**Chọn C**




Ta có $AC \,//\, A'C'$ nên $(AC, A'D) = (A'C', A'D) = DA'C' = 60°$.

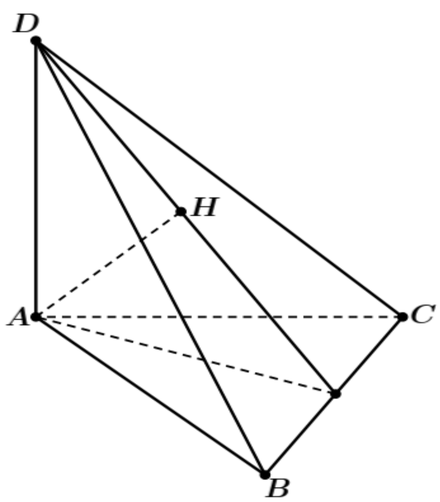
Tam giác $A'DC$ có: $A'D = A'C' = C'D \Rightarrow \Delta ABC$ đều $\Rightarrow DA'C' = 60°$.

**Câu 31:** Cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, $AC = AD = 2$, $AB = 1$ và $BC = \sqrt{5}$. Tính khoảng cách $d$ từ $A$ đến mặt phẳng $(BCD)$.

**A.** $d = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $d = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $d = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $d = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**




Trong $\Delta ABC$ có $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại $A$.
Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $A$ lên mặt phẳng $(BCD)$
Vì $AD, AB, AC$ đôi một vuông nên $d = AH$ được tính

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}+\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{1}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}=\frac{3}{2}\Rightarrow AH^2=\frac{2}{3}\Rightarrow AH=\frac{\sqrt{6}}{3}.$$

**Câu 32:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow(1-x)^2(x+1)^3(3-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

**Câu 33:** Có ba chiếc hộp: hộp I có 4 bi đỏ và 5 bi xanh, hộp II có 3 bi đỏ và 2 bi đen, hộp III có 5 bi đỏ và 3 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra một hộp rồi lấy một viên bi từ hộp đó. Xác suất để viên bi lấy được màu đỏ bằng

**A.** $\frac{601}{1080}$. **B.** $\frac{6}{11}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{61}{360}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xác suất lấy được bi đỏ từ hộp I là : $\frac{1}{3}.\frac{C_4^1}{C_9^1}=\frac{1}{3}.\frac{4}{9}$.

Xác suất lấy được bi đỏ từ hộp II là : $\frac{1}{3}.\frac{C_3^1}{C_5^1}=\frac{1}{3}.\frac{3}{5}$.

Xác suất lấy được bi đỏ từ hộp I là : $\frac{1}{3}.\frac{C_5^1}{C_8^1}=\frac{1}{3}.\frac{5}{8}$.

Xác suất lấy được bi đỏ là : $\frac{1}{3}.\frac{4}{9}+\frac{1}{3}.\frac{3}{5}+\frac{1}{3}.\frac{5}{8}=\frac{601}{1080}$.

**Câu 34:** Nếu $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=4$ thì giá trị của $\int_1^5(2x-3f(x))\mathrm{d}x$ bằng

**A.** $-2$. **B.** $13$. **C.** $12$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: $\int_1^5(2x-3f(x))\mathrm{d}x=\int_1^5 2x\mathrm{d}x-3\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=24-3.4=12$.

**Câu 35:** Cho hàm số $f(x)=x^4-8x^2+5$. Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$. Tính tổng $M+m$.

**A.** $3$. **B.** $-6$. **C.** $6$. **D.** $19$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: $f(x)=x^4-8x^2+5 \Rightarrow f'(x)=4x^3-16x$.

Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3-16x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[0;3] \\ x=2\in[0;3] \\ x=-2\notin[0;3] \end{array}\right.$.

Ta có: $f(0)=5$; $f(2)=-11$; $f(3)=14$.

$\Rightarrow m=\min\limits_{[0;3]} f(x)=-11$; $M=\max\limits_{[0;3]} f(x)=14 \Rightarrow M+m=3$.

**Câu 36:** Cho biết hai số thực dương $a$ và $b$ thỏa mãn $\log_a^2(ab)=4$; với $b>1>a>0$. Hỏi giá trị của biểu thức $\log_a^3(ab^2)$ tương ứng bằng bao nhiêu

**A.** $8$. **B.** $25$. **C.** $-27$. **D.** $-125$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Với $b>1>a>0$ ta có :

$\log_a^2(ab)=4 \Leftrightarrow (\log_a a+\log_a b)^2=4 \Leftrightarrow (1+\log_a b)^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1+\log_a b=2 \\ 1+\log_a b=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_a b=1 \\ \log_a b=-3 \end{array}\right.$

Vì $\begin{cases} 0<a<1 \\ b>1 \end{cases}$ nên $\log_a b=-3$. Khi đó: $\log_a^3(ab^2)=(\log_a a+2\log_a b)^3=(1+2.(-3))^3=-125$.

**Câu 37:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường tròn $(C)$ tâm $O$ có bán kính bằng $2$ và nằm trong mặt phẳng $(xOy)$. Phương trình mặt cầu chứa đường tròn $(C)$ và đi qua điểm $A(0;0;-4)$ la

**A.** $x^2+y^2+z^2=\frac{25}{4}$. **B.** $x^2+y^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$.

**C.** $x^2+y^2+\left(z+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$. **D.** $x^2+y^2+(z+4)^2=1$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $I,R$ lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu cần tìm. Do $IO\perp(xOy)$ nên $I\in Oz \Rightarrow I(0;0;c)$.

Ta có $R^2=IA^2=IO^2+2^2 \Leftrightarrow (c+4)^2=c^2+4 \Leftrightarrow 8c=-12 \Leftrightarrow c=-\frac{3}{2}$.

Vậy $I\left(0;0;-\frac{3}{2}\right)$ và $R=\frac{5}{2}$. Phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2+y^2+\left(z+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$.

**Câu 38:** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;0)$ và hai mặt phẳng $(P): x-y+z=0$; $(Q): 2x-z+1-0$. Đường thẳng đi qua $A$ song song với $(P)$ và $(Q)$ có phương trình là

**A.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{1}$.

**C.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z}{2}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: mặt phẳng $(P): x-y+z=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(1;-1;1)$.

Mặt phẳng $(Q): 2x-z+1-0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)}=(2;0;-1) \Rightarrow \left[\vec{n}_{(P)};\vec{n}_{(Q)}\right]=(1;3;2)$

Đường thẳng đi qua $A(1;-2;0)$ song song với $(P)$ và $(Q)$ nên nhận $\left[\vec{n}_{(P)};\vec{n}_{(Q)}\right]=(1;3;2)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình chính tắc của đường thẳng là: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z}{2}$.

**Câu 39:** Biết rằng phương trình $\log_3^2 x-(m+2)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1x_2=27$. Khi đó tổng $x_1^2+x_2^2$ bằng

**A.** $5$. **B.** $81$. **C.** $36$. **D.** $90$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét phương trình $\log_3^2 x-(m+2)\log_3 x+3m-1=0$ (1)

Đặt $t=\log_3 x$, phương trình $(1)$ trở thành $t^2-(m+2)t+3m-1=0$ $(2)$

Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1x_2=27$ khi và chỉ khi phương trình $(2)$ có hai nghiệm $t_1$, $t_2$ thỏa mãn $t_1+t_2=\log_3 x_1+\log_3 x_2=\log_3(x_1x_2)=\log_3 27=3$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta=(m+2)^2-4(3m-1)\ge 0\\ S=t_1+t_2=m+2=3\end{cases} \Leftrightarrow m=1.$$

Khi đó $(2)$ trở thành $t^2-3t+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=1\\ t=2\end{array}\right.$.

Với $t_1=1 \Rightarrow \log_3 x_1=1 \Leftrightarrow x_1=3$.

Với $t_2=2 \Rightarrow \log_3 x_2=2 \Leftrightarrow x_2=9$.

Vậy $x_1^2+x_2^2=3^2+9^2=90$.

**Câu 40:** Tính tổng các giá trị nguyên của tham số $m$ trên $[-20;20]$ để hàm số $y=\dfrac{\sin x+m}{\sin x-1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$

**A.** $209$. **B.** $202$. **C.** $-209$. **D.** $-210$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện $\sin x\ne 1$.

Ta có $y'=\dfrac{-1-m}{(\sin x-1)^2}.\cos x$. Với $x\in\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right) \Rightarrow \cos x<0$ và $\sin x\in(0;1)$.

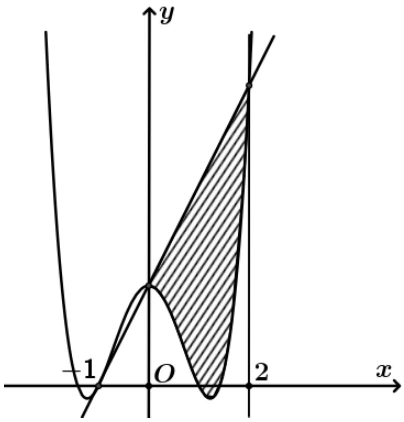
Để hàm số $y=\dfrac{\sin x+m}{\sin x-1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}y'<0\\ 1\notin(0;1)\end{cases} \Leftrightarrow -1-m>0 \Leftrightarrow m<-1.$$

Vì $m\in\mathbb{Z}, m\in[-20;20] \Rightarrow m\in\{-20;-19;-18;.....;-2\}$.

Ta có $S=-20-19-18-.....-2=-209$.

**Câu 41:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị $\left(C\right)$, biết rằng $\left(C\right)$ đi qua điểm $A\left(-1;0\right)$, tiếp tuyến $d$ tại $A$ của $\left(C\right)$ cắt $\left(C\right)$ tại hai điểm có hoành độ lần lượt là $0$ và $2$. Khi diện tích hình phẳng giới hạn bởi $d$, đồ thị $\left(C\right)$ và hai đường thẳng $x=0$; $x=2$ có diện tích bằng $\frac{28}{5}$ (phần gạch sọc) thì $\int\limits_{-1}^{0}f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng:




**A.** $\frac{2}{5}$.

**B.** $\frac{1}{4}$.

**C.** $\frac{2}{9}$.

**D.** $\frac{6}{5}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $y'=4ax^3+2bx\;\Rightarrow\; d:y=\left(-4a-2b\right)\left(x+1\right)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $d$ và $\left(C\right)$ là: $\left(-4a-2b\right)\left(x+1\right)=ax^4+bx^2+c\left(1\right)$.

Phương trình $\left(1\right)$ phải cho $2$ nghiệm là $x=0$, $x=2$.

$$\Rightarrow\begin{cases}-4a-2b=c\\-12a-6b=16a+4b+c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4a-2b-c=0\left(2\right)\\28a+10b+c=0\left(3\right)\end{cases}.$$

Mặt khác, diện tích phần tô màu là $\frac{28}{5}=\int\limits_{0}^{2}\left[\left(-4a-2b\right)\left(x+1\right)-ax^4-bx^2-c\right]\mathrm{d}x$

$$\Leftrightarrow\frac{28}{5}=4\left(-4a-2b\right)-\frac{32}{5}a-\frac{8}{3}b-2c\;\Leftrightarrow\frac{112}{5}a+\frac{32}{3}b+2c=-\frac{28}{5}\left(4\right).$$

Giải hệ 3 phương trình $\left(2\right)$, $\left(3\right)$ và $\left(4\right)$ ta được $a=1$, $b=-3$, $c=2$.

Khi đó, $y=f\left(x\right)=x^4-3x^2+2$, $d:y=2\left(x+1\right)$.

Khi đó $\int\limits_{-1}^{0}\left(x^4-3x^2+2\right)\mathrm{d}x=\frac{6}{5}$

**Câu 42:** Cho số phức $z$ có phần thực là số nguyên và $z$ thỏa mãn $\left|z\right|-2\overline{z}+7=3i+z$. Tính môđun của số phức $\omega=z^2-z-17i$ bằng

**A.** $10$.

**B.** $5$.

**C.** $7$.

**D.** $\sqrt{\frac{20}{3}}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt $z=a+bi,\left(a\in\mathbb{Z},b\in\mathbb{R}\right)$.

Ta có: $\left|z\right|-2\overline{z}=-7+3i+z\Leftrightarrow\sqrt{a^2+b^2}-2\left(a-bi\right)=-7+3i+a+bi$

$\Leftrightarrow\sqrt{a^2+b^2}-3a+7+\left(b-3\right)i=0\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{a^2+b^2}-3a+7=0\\ b-3=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{a^2+9}=3a-7\\ b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge\dfrac{7}{3}\\ a^2+9=9a^2-42a+49\\ b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge\dfrac{7}{3}\\ \left[\begin{array}{l}a=4\left(N\right)\\ a=\dfrac{5}{4}\left(L\right)\end{array}\right.\\ b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=3\\ a=4\end{cases}.$

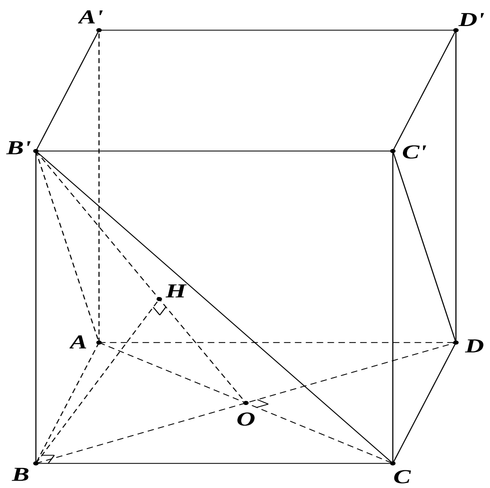
Vậy $z=4+3i\Rightarrow\omega=z^2-z-17i=3+4.i\Rightarrow\left|\omega\right|=5$.

**Câu 43:** Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông; khoảng cách và góc giữa hai đường thẳng $AC$ và $DC'$ lần lượt bằng $\dfrac{3\sqrt{7}a}{7}$ và $\varphi$ với $\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

**A.** $3a^3$. **B.** $9a^3$. **C.** $3\sqrt{3}a^3$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Ta có $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lăng trụ tứ giác đều nên $BB'\perp\left(ABCD\right)$ và $DC'//AB'$ nên $\left(AC,DC'\right)=\left(AC,AB'\right)=\varphi$.

Vì $BCC'B'$ và $ABB'A'$ là hai hình chữ nhật bằng nhau nên $AB'=CB'$, suy ra $\varphi=B'AC$.

Lại có $DC'//AB'\Rightarrow DC'//\left(AB'C\right)$

$\Rightarrow d\left(AC,DC'\right)=d\left(DC',\left(AB'C\right)\right)=d\left(D,\left(AB'C\right)\right)=d\left(B,\left(AB'C\right)\right)$.

Do $ABCD$ là hình vuông nên $AC\perp BD$, mà $BB'\perp\left(ABCD\right)\Rightarrow BB'\perp AC$.

Từ đó suy ra $AC\perp\left(BDD'B'\right)$.

Gọi $O=AC\cap BD$, kẻ $BH\perp B'O$ thì $BH\perp\left(AB'C\right)$

$\Rightarrow BH=d\left(B,\left(AB'C\right)\right)=d\left(AC,DC'\right)=\dfrac{3\sqrt{7}a}{7}$.

Giả sử $AB = x\left(x>0\right) \Rightarrow AC = BD = \sqrt{AB^2 + BC^2} = x\sqrt{2} \Rightarrow AO = BO = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{x\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác $BB'O$ vuông tại $B$ có $BH \perp B'O$ nên $\dfrac{1}{BH^2} = \dfrac{1}{BO^2} + \dfrac{1}{B'B^2} \Leftrightarrow \dfrac{7}{9a^2} = \dfrac{2}{x^2} + \dfrac{1}{B'B^2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{B'B^2} = \dfrac{7}{9a^2} - \dfrac{2}{x^2} \Rightarrow BB' = \dfrac{3ax}{\sqrt{7x^2 - 18a^2}}$.

Suy ra $B'C = AB' = \sqrt{BB'^2 + AB^2} = \sqrt{\dfrac{7x^4 - 9a^2x^2}{7x^2 - 18a^2}}$.

Tam giác $AB'C$ cân tại $B'$ và $O$ là trung điểm của $AC$ nên $B'O \perp AC$.

Suy ra $\cos\varphi = \cos B'AC = \dfrac{AO}{AB'}$ $\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{2}}{4} = \dfrac{\dfrac{x\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{\dfrac{7x^4 - 9a^2x^2}{7x^2 - 18a^2}}}$ $\Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{7x^4 - 9a^2x^2}{7x^2 - 18a^2}} = 2x$

$\Leftrightarrow \dfrac{7x^4 - 9a^2x^2}{7x^2 - 18a^2} = 4x^2$ $\Leftrightarrow 7x^4 - 9a^2x^2 = 4x^2\left(7x^2 - 18a^2\right) \Leftrightarrow 7x^2 - 9a^2 = 4\left(7x^2 - 18a^2\right)$

$\Leftrightarrow x^2 = 3a^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{3}a$.

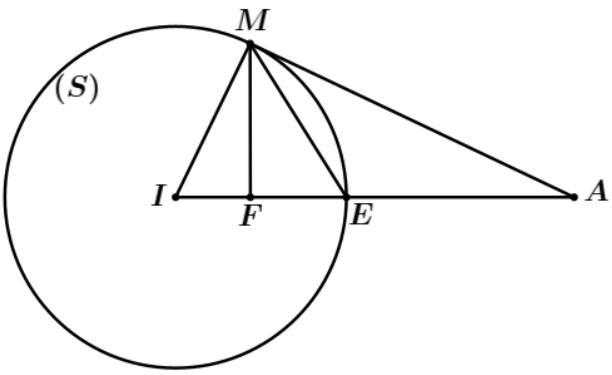
Do đó $BB' = 3a$, $S_{ABCD} = AB^2 = 3a^2$. Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = BB'.S_{ABCD} = 9a^3$.

**Câu 44:** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 8$ và các điểm $A(3;0;0), B(4;2;1)$. Gọi $M$ là một điểm bất kỳ thuộc mặt cầu $(S)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + 2MB$?

**A.** $4\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $6\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**




Ta có $(S)$ có tâm $I(-1;4;0)$ và bán kính là $R = 2\sqrt{2}$. Mặt khác $IA = 4\sqrt{2} = 2R$.

Gọi $E = IA \cap (S) \Rightarrow E$ là trung điểm của $IA$ và $E(1;2;0)$.

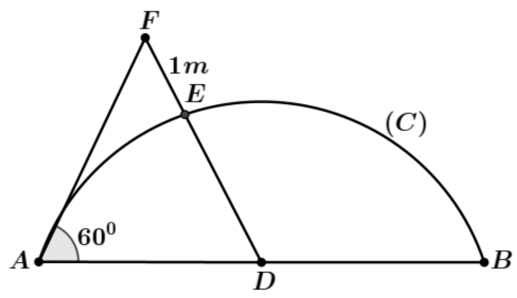
Gọi $F$ là trung điểm của $IE \Rightarrow F(0;3;0)$.

Ta có $\dfrac{IM}{IF} = \dfrac{R}{\frac{R}{2}} = 2, \dfrac{IA}{MI} = \dfrac{2R}{R} = 2 \Rightarrow \dfrac{IM}{IF} = \dfrac{IA}{IM}$

Do đó $\Delta AIM$ đồng dạng $\Delta MIF \Rightarrow \dfrac{MA}{FM} = \dfrac{AI}{MI} = 2 \Rightarrow MA = 2MF$.

Do đó $MA + 2MB = 2(MF + MB) \geq 2BF = 6\sqrt{2}$.

**Câu 45:** Mặt tiền nhà thầy Nam có chiều ngang $AB = 4\text{m}$, thầy Nam muốn thiết kế lan can nhô ra có dạng là một phần của đường tròn $(C)$ (hình vẽ). Vì phía trước vướng cây tại vị trí $F$ nên để an toàn, thầy Nam cho xây dựng đường cong đi qua vị trí điểm $E$ thuộc đoạn $DF$ sao cho $E$ cách $F$ một khoảng $1\text{m}$, trong đó $D$ là trung điểm của $AB$.

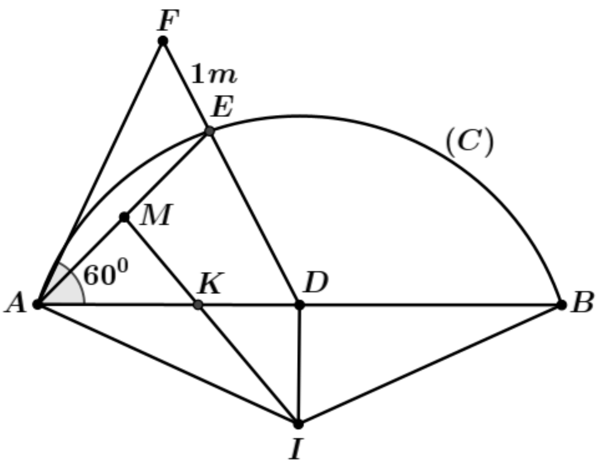



Biết $AF = 2\text{m}$, $DAF = 60^0$ và lan can cao $1\text{m}$ làm bằng inox với giá 2,2 triệu/m$^2$. Tính số tiền thầy Nam phải trả (làm tròn đến hàng ngàn).

**A.** 7.568.000. **B.** 10.405.000. **C.** 9.977.000. **D.** 8.124.000.

**Lời giải**

**Chọn C**




Gọi $M$ là trung điểm của $AE$. Qua $M$ kẻ trung trực $d_1$ của $AE$, qua $D$ kẻ trung trực $d_2$ của $AB$. $d_1$ cắt $d_2$ tại $I$. Khi đó $I$ là tâm đường tròn đi qua 3 điểm $A, B, E$. $MI$ cắt $AD$ tại $K$.

Tam giác $MKA$ đồng dạng với tam giác $DKI$ $\Rightarrow \dfrac{AM}{ID} = \dfrac{MK}{DK} \Rightarrow ID = \dfrac{AM.DK}{MK}$.

Dễ thấy tam giác $ADF$ đều $\Rightarrow AM = \dfrac{1}{2}AE = \dfrac{1}{2}.\dfrac{AD\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2\sqrt{3}}{2.2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác $AMK$ vuông tại $M$ $\Rightarrow \dfrac{DK}{MK} = \dfrac{AK}{MK} = \dfrac{1}{\sin MAK} = \dfrac{1}{\sin 30^0} = 2$.

Suy ra: $ID = \dfrac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$. Tam giác $ADI$ vuông tại $D$ $\Rightarrow R = AI = \sqrt{AD^2 + ID^2} = \sqrt{7}$.

Và: $\sin AID = \dfrac{AD}{AI} = \dfrac{2}{\sqrt{7}} \Rightarrow AID \approx 49^0 6' \Rightarrow AIB = 2AID = 98^0 12'$.

Độ dài cung tròn dùng làm lan can là $l = 2\pi R.\dfrac{98^0 12'}{360^0} \approx 4,535\text{m}$.

Lan can cao $1\text{m}$ và có giá 2,2 triệu/m$^2$ nên thầy Nam phải trả là: $4,535.2,2 = 9,977$ triệu.

**Câu 46:** Xét các số thực dương $x$, $y$ thay đổi thỏa mãn $\dfrac{x+y}{10} + \log\left(\dfrac{1}{2x} + \dfrac{1}{2y}\right) = 1 + 2xy$. Khi biểu thức $\dfrac{20}{x^2} + \dfrac{5}{y^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất, tích $xy$ bằng:

**A.** $\frac{1}{32}$.　　**B.** $\frac{9}{100}$.　　**C.** $\frac{9}{200}$.　　**D.** $\frac{1}{64}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $\frac{x+y}{10}+\log\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{2y}\right)=1+2xy \Leftrightarrow \frac{x+y}{10}+\log\left(\frac{x+y}{2xy}\right)=1+2xy$

$\Leftrightarrow \frac{x+y}{10}-2xy+\log\left(\frac{x+y}{10}.\frac{10}{2xy}\right)-\log 10=0 \Leftrightarrow \frac{x+y}{10}+\log\left(\frac{x+y}{10}\right)=2xy+\log(2xy)\ (*)$.

Xét hàm số $f(t)=t+\log t$ với $t>0$.

Ta có $f'(t)=1+\frac{t}{\ln 10}>0\ \forall t>0$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến với $t>0$.

Mà $(*)\Leftrightarrow f\left(\frac{x+y}{10}\right)=f(2xy)\Leftrightarrow \frac{x+y}{10}=2xy\Leftrightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=20$.

Theo bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta có:

$\left(\frac{4}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)\left(\frac{1}{4}+1\right)\ge\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)^2=400\Leftrightarrow\left(\frac{4}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)\frac{5}{4}\ge 400\Leftrightarrow \frac{20}{x^2}+\frac{5}{y^2}\ge 1600$.

Vậy $\min\left(\frac{20}{x^2}+\frac{5}{y^2}\right)=1600\Leftrightarrow\begin{cases}x=4y\\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=20\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{4}\\ y=\frac{1}{16}\end{cases}$.

Khi $\frac{20}{x^2}+\frac{5}{y^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $xy=\frac{1}{64}$.

**Câu 47:** Cho $z$ và $w$ là các số phức thỏa mãn các điều kiện $w(z+1)+iz-1=0$ và điểm biểu diễn số phức $z$ nằm trên đường tròn $x^2+y^2=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|w+1-2i|$ thuộc khoảng nào sau đây?

**A.** $(1;2)$.　　**B.** $(3;4)$.　　**C.** $(0;1)$.　　**D.** $(2;3)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta thấy do điểm biểu diễn số phức $z$ nằm trên đường tròn tâm $O(0;0)$ và bán kính bằng 1 nên suy ra $|z|=1\ (*)$.

Giả thiết $w(z+1)+iz-1=0\Leftrightarrow z=\frac{1-w}{i+w}$.

Từ $(*):|z|=1$ ta có $\left|\frac{1-w}{i+w}\right|=1\Leftrightarrow|1-w|=|w+i|$

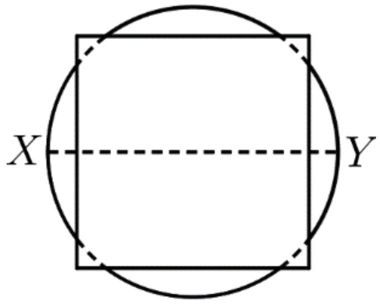
Đặt $w=x+yi,\ (x,y\in\mathbb{R})$ ta có $|1-x-yi|=|x+(y+1)i|$

$\Leftrightarrow(1-x)^2+(-y)^2=(y+1)^2+x^2\Leftrightarrow y=-x$

Khi đó $T=|x+yi+1-2i|=\sqrt{(x+1)^2+(-x-2)^2}=\sqrt{2x^2+6x+5}\ge\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $T_{\min}=\frac{\sqrt{2}}{2}\in(0;1)$, dấu bằng xảy ra $x=-\frac{3}{2};y=\frac{3}{2}$, hay $w=-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}i$.

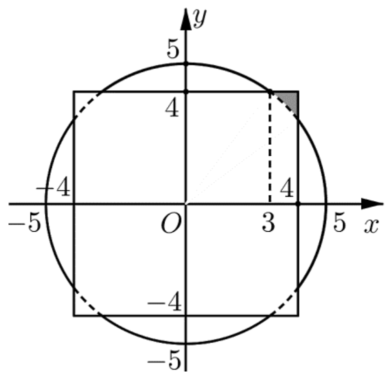
**Câu 48:** Cho hình vuông có độ dài cạnh bằng $8\text{cm}$ và một hình tròn có bán kính $5\text{cm}$ được xếp chồng lên nhau sao cho tâm của hình tròn trùng với tâm của hình vuông như hình vẽ bên. Tính thể tích $V$ của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục $XY$.




**A.** $V=\dfrac{260\pi}{3}\text{cm}^3$. **B.** $V=\dfrac{290\pi}{3}\text{cm}^3$. **C.** $V=\dfrac{580\pi}{3}\text{cm}^3$. **D.** $V=\dfrac{520\pi}{3}\text{cm}^3$.

**Lời giải**

**Chọn D**




Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Thể tích khối cầu $V_1=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi 5^3=\dfrac{500\pi}{3}$.

Ta có phương trình đường tròn có dạng: $x^2+y^2=25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=\sqrt{25-x^2} \\ y=-\sqrt{25-x^2}\end{array}\right.$

Gọi $V_2$ là thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng $(\text{H})$ được giới hạn bởi các đồ thị các hàm số: $y=4,\ y=\sqrt{25-x^2}$ và $x=4$ khi quay quanh trục hoành:

$\Rightarrow V_2=\pi\int\limits_3^4\left|4^2-\left(25-x^2\right)\right|\mathrm{d}x=\dfrac{10\pi}{3}$.

Vậy thể tích cần tính: $V=V_1+2V_2=\dfrac{520\pi}{3}\text{cm}^3$.

**Câu 49:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2\left(x^2-x\right)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{1}{2}x^2-6x+m\right)$ có $5$ điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của $S$ ?

**A.** $154$. **B.** $17$. **C.** $213$. **D.** $153$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $f'(x)=(x-2)^2(x^2-x)\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=1\\x=0\end{array}\right.$.

Với $x=2$ là nghiệm kép, $x=1,x=0$ là nghiệm đơn.

Do đó hàm số $f=f(x)$ đạt cực trị tại $x=1,x=0$.

Đặt $g(x)=f\left(\frac{1}{2}x^2-6x+m\right)\Rightarrow g'(x)=(x-6)f'\left(\frac{1}{2}x^2-6x+m\right)$.

Khi đó $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\\frac{1}{2}x^2-6x+m=2\\\frac{1}{2}x^2-6x+m=0(1)\\\frac{1}{2}x^2-6x+m=1(2)\end{array}\right.$. Giả sử $x_0$ là nghiệm của phương trình $(1)$ thì $\frac{1}{2}x_0^2-6x_0+m=0$ do đó $x_0$ không thể là nghiệm của phương trình $(2)$ hay nói cách khác phương trình $(1),(2)$ không có nghiệm chung. Vì vậy, để hàm số $f\left(\frac{1}{2}x^2-6x+m\right)$ có $5$ điểm cực trị thì phương trình $(1),(2)$ có hai nghiệm phân biệt khác $6$ hay

$$\begin{cases}\Delta_1>0\\\Delta_2>0\\\frac{1}{2}.6^2-6.6+m\neq 0\\\frac{1}{2}.6^2-6.6+m\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9-\frac{m}{2}>0\\9-\left(\frac{m-1}{2}\right)>0\\m\neq 18,m\neq 19\end{cases}\Leftrightarrow m<18\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}^+}m\in\{1,2,...,17\}.$$

Vậy tổng các giá trị của $m$ là: $1+2+...+17=153$.

**Câu 50:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z=0$ và mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;1;2)$ bán kính $R=1$. Xét điểm $M$ thay đổi trên $(P)$. Khối nón $(N)$ có đỉnh là $I$ và đường tròn đáy là đường tròn đi qua tất cả các tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ $M$ đến $(S)$. Khi $(N)$ có thể tích lớn nhất, mặt phẳng chứa đường tròn đáy của $(N)$ có phương trình là $x+ay+bz+c=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

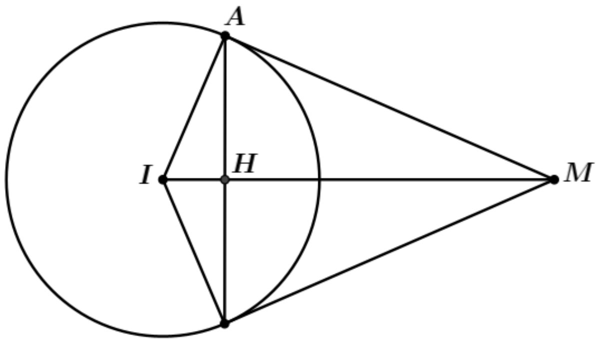
**A.** $-2$. **B.** $0$. **C.** $3$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì mặt cầu $(S)$ có tâm $I(0;1;2)$ và bán kính $R=1$. Đặt $x=IM\Rightarrow x\geq d(I,(P))=\sqrt{3}$.

Gọi $A$ là tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ $M$ đến $(S)$. Khi đó tiếp điểm $A$ nằm trên đường tròn $(C)$ có tâm $H$ bán kính $r=HA$.




Ta có $AM = \sqrt{IM^2 - IA^2} = \sqrt{x^2 - 1} \Rightarrow AH = \dfrac{AI.AM}{IM} = \dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x}$. Khi đó:

$IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{1 - \dfrac{x^2-1}{x^2}} = \dfrac{1}{x}$.

Do đó $V_N = \dfrac{1}{3}\pi r^2 IH = g(x) = \dfrac{\pi}{3}.\dfrac{x^2-1}{x^2}.\dfrac{1}{x} \le \max\limits_{[\sqrt{3};+\infty)} g(x) = g\left(\sqrt{3}\right) = \dfrac{2\sqrt{3}}{27}$.

Dấu bằng đạt tại $x = \sqrt{3} \Leftrightarrow M(-1;0;1)$ là hình chiếu của $I$ trên mặt phẳng $(P)$.

Suy ra $\begin{cases} A \in (S) \\ AM = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 1 \\ (x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow x + y + z - 2 = 0$ là mặt phẳng chứa các tiếp điểm.

Vậy $a + b + c = 1 + 1 - 2 = 0$.

**--------------------HẾT--------------------**