ĐỀ THAM KHẢO	KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA NĂM 2024
PHÁT TRIỂN MINH HỌA BGD 2024	**Bài thi môn: TOÁN**
(Đề gồm có 06 trang)	*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

Họ và tên thí sinh:...

Số báo danh:..

ĐỀ VIP 3

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y=f\left(x\right)$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=4x^2+x-5$

A. $\dfrac{4x^3}{3}+\dfrac{5x^2}{2}-5x+C$. **B.** $\dfrac{4x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}+4x+C$.

C. $8x+1+C$. **D.** $\dfrac{4x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}-5x+C$.

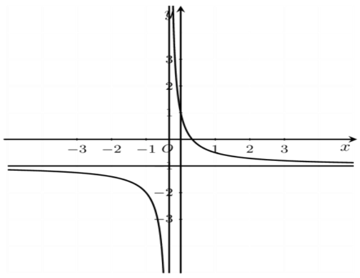
Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_5\left(7x+3\right)=2$ là.

A. $x=\dfrac{22}{7}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\dfrac{29}{7}$. **D.** $x=22$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P\left(-2;4;-12\right)$ và $F\left(-3;2;-2\right)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{PF}$.

A. $\left(-5;6;-14\right)$. **B.** $\left(-1;-2;10\right)$. **C.** $\left(1;2;-10\right)$. **D.** $\left(6;8;24\right)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}(a,b,c,d\in\mathbb{R}$ có đồ thị là đường cong như hình dưới đây. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là



A. $y=-1$. **B.** $x=\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $x=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	2	↗	4	↘	$-\infty$

A. $y=\dfrac{2-2x}{4x+4}$. **B.** $y=-2x^4+4x^2+2$. **C.** $y=-2x^4-4x^2+2$. **D.** $y=-2x^3+4x^2+2$.

Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y=(x-3)^{\pi}$.

A. $D=(3;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$. **D.** $D=(-\infty;3)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+5}{-3}=\dfrac{y+8}{3}=\dfrac{z+7}{5}$. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_3}=(5;8;7)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(-3;3;5)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(-5;-8;-7)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;-3;-5)$.

Câu 9: Điểm E trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây?

A. $-6-3i$. **B.** $-6+3i$. **C.** $6+3i$. **D.** $6-3i$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(1;2;0)$ và bán kính $R=6\sqrt{2}$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=72$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=288$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=72$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=6\sqrt{2}$.

Câu 11: Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{1}{a^3}\right)=6$. **B.** $\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{1}{a^3}\right)=-6$.

C. $\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{1}{a^3}\right)=\dfrac{1}{6}$. **D.** $\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{1}{a^3}\right)=-\dfrac{1}{6}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(0;3)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $13a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=39a^3$. **B.** $V=\dfrac{19}{3}a^3$. **C.** $V=78a^3$. **D.** $V=26a^3$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x\ge 275$ là:

A. $S=(-\infty;\log_4 275]$. **B.** $S=(\log_4 275;+\infty)$.

C. $S=[\log_4 275;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;\log_4 275)$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=\log_8 x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{8}} x$. **C.** $y=\log_{\frac{8}{9}} x$. **D.** $y=\left(\frac{1}{8}\right)^x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz).

A. $\vec{n}=(1;0;1)$. **B.** $\vec{j}=(0;1;0)$. **C.** $\vec{i}=(1;0;0)$. **D.** $\vec{k}=(0;0;1)$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-4)(x-2), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 18: Cho $\int_8^{13} f(x)\mathrm{d}x=4, \int_8^{13} g(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $\int_8^{13}\left[4f(x)-7g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. 24. **B.** -19. **C.** 36. **D.** 51.

Câu 19: Cho tích phân $\int_{-4}^{0} f(x)\mathrm{d}x=-8$. Tính tích phân $\int_0^{-4} 8f(x)\mathrm{d}x$.

A. -64. **B.** 16. **C.** 64. **D.** 0.

Câu 20: Cho hình chóp có diện tích đáy bằng $10a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=20a^3$. **B.** $V=30a^3$. **C.** $V=\frac{16}{3}a^3$. **D.** $V=60a^3$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1=3i-8$ và $z_2=6-6i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A. $-3i-2$. **B.** $-3i-14$. **C.** $9i-14$. **D.** $-9i-2$.

Câu 22: Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao $4h$ và độ dài đường sinh l. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $r=-16h^2+l^2$. **B.** $r=16h^2+l^2$. **C.** $r=-h^2+l^2$. **D.** $r=4hl$.

Câu 23: Có bao nhiêu cách xếp 3 bạn vào một dãy gồm 3 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có đúng một học sinh ngồi?

A. 3. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 24: Tìm $\int 6e^{2-10x}\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{3e^{2-10x}}{5}+C$. **B.** $6e^{2-10x}+C$. **C.** $-60e^{2-10x}+C$. **D.** $-\frac{5}{3}e^{2-10x}+C$.

Câu 25: Biết đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2. Giá trị x_1+x_2 bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 26: Cho hình nón có đường sinh $5l$ và diện tích xung quanh là S. Bán kính đáy của hình nón bằng

A. $r=\frac{S}{10l}$. **B.** $r=\frac{2S}{\pi l}$. **C.** $r=\frac{S}{5\pi l}$. **D.** $r=\frac{S}{\pi l}$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4=-8$ và $u_{11}=-15$. Tìm công sai d.

A. $d=-1$. **B.** $d=\frac{15}{8}$. **C.** $d=-5$. **D.** $d=-7$.

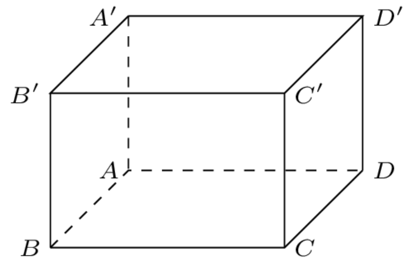
Câu 28: Số phức $z=10i-1$ có mô đun bằng

A. $\sqrt{11}$. **B.** 11. **C.** 101. **D.** $\sqrt{101}$.

Câu 29: Cho số phức $z=5-2i$, phần ảo của số phức $(3i-2)\overline{z}$ bằng

A. 19. **B.** -4. **C.** 11. **D.** -16.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $A'B'$ và BD.



A. 90°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 68°.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng $CD = 3a, CB = 7a, SC = \sqrt{5}a$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SDA).

A. $\frac{3\sqrt{70}}{14}a$. **B.** $\frac{5\sqrt{58}}{29}a$. **C.** $\frac{7\sqrt{30}}{18}a$. **D.** $\frac{21\sqrt{58}}{58}a$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-4), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(7;+\infty)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Câu 33: Một nhà sách có 8 cuốn sách tham khảo môn Hóa Học 10 và 11 cuốn sách tham khảo môn Toán 10, các cuốn sách là khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 5 cuốn sách từ nhà sách. Tính xác suất của biến cố "Cả 5 cuốn sách được chọn đều cùng thể loại sách".

A. $\frac{77}{1938}$. **B.** $\frac{14}{2907}$. **C.** $\frac{259}{697680}$. **D.** $\frac{259}{5814}$.

Câu 34: Cho tích phân $\int_7^{13} f(x)\mathrm{d}x = 11$. Tính tích phân $\int_7^{13}\left[9f(x)+3\right]\mathrm{d}x$.

A. 81. **B.** 102. **C.** 117. **D.** 131.

Câu 35: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ trên đoạn $[-3;2]$ bằng

A. 8. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 36: Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a \frac{1}{a^9} = -9$. **B.** $\log_a \frac{1}{a^9} = -\frac{1}{9}$. **C.** $\log_a \frac{1}{a^9} = 9$. **D.** $\log_a \frac{1}{a^9} = \frac{1}{9}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(6;-6;0)$ và đi qua điểm $B(-4;5;1)$ có phương trình là

A. $(x+6)^2 + (y-6)^2 + z^2 = 222$. **B.** $(x-6)^2 + (y+6)^2 + z^2 = 888$.

C. $(x+6)^2 + (y-6)^2 + z^2 = \sqrt{222}$. **D.** $(x-6)^2 + (y+6)^2 + z^2 = 222$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1: $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và d_2: $\frac{x+1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(1;2;3)$. **B.** $Q(0;1;2)$. **C.** $P(-1;1;-1)$. **D.** $N(0;1;1)$.

Câu 39: Biết x và y là hai số thực thoả mãn $\log_4 x = \log_9 y = \log_6(x-2y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

A. $\log_{\frac{2}{3}}^{2} 2$. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=\frac{x^2-4x+m+2+3\sqrt{x^2-4x}}{\sqrt{x^2-4x}+2}$ nghịch biến trên khoảng $(-4;0)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 17.

Câu 41: Có bao nhiêu số thực c để hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+c$, trục hoành và các đường thẳng $x=2;\ x=4$ có diện tích bằng 3?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 42: Cho số phức z thỏa số phức $w=\frac{z.|z|}{iz-|z|}$ có phần ảo bằng -1. Tìm môđun của số phức z.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{2}$.

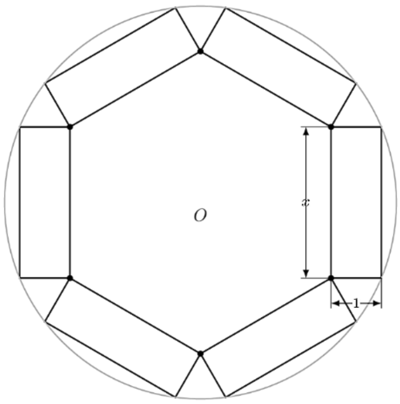
Câu 43: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy a; biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C$ bằng $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $\frac{3a^3}{8}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2z-3=0$ và điểm $A(2;2;2)$. Từ A kẻ được các tiếp tuyến đến mặt cầu (S). Biết các tiếp điểm luôn thuộc mặt phẳng (α) có phương trình $ax+by+cz-5=0$. Hỏi mặt phẳng (α) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;-2;0)$. **B.** $N(0;2;-1)$. **C.** $P(2;2;-1)$. **D.** $Q(1;1;1)$.

Câu 45: Bạn An định làm một cái hộp quà lưu niệm (không nắp) bằng cách cắt từ một tấm bìa hình tròn bán kính 4cm để tạo thành một khối lăng trụ lục giác đều, biết 6 hình chữ nhật có các kích thước là 1 cm và x cm (tham khảo hình vẽ). Thể tích của hộp quà gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $24,5\ cm^3$. **B.** $25\ cm^3$. **C.** $25,5\ cm^3$. **D.** $24\ cm^3$.

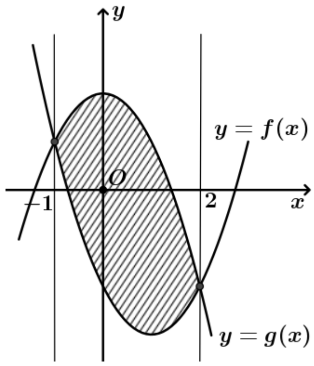
Câu 46: Cho x và y là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{2}\log_3\frac{x}{9}+\log_3 y=\frac{9-xy^2}{y^2}$. Khi $P=x+6y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

A. $\sqrt[3]{3}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\sqrt[3]{9}$. **D.** 3.

Câu 47: Cho số phức z thỏa mãn $\dfrac{z}{1+z}$ là số thuần ảo. có Môđun nhỏ nhất của số phức z^2+4 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(3;4)$.

Câu 48: Gọi (D) là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đường cong $y=f(x)=ax^2+bx+c$ và $y=g(x)=-x^2+mx+n$. Biết $S_{(D)}=9$ và đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đỉnh $I(0;2)$. Khi cho miền được giới hạn bởi hai đường cong trên và hai đường thẳng $x=-1;x=2$ quay quanh trục Ox, ta nhận được vật thể tròn xoay có thể tích V. Giá trị của V bằng:



A. $\dfrac{295\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{295\pi}{19}$. **C.** $\dfrac{259\pi}{19}$. **D.** $\dfrac{259\pi}{15}$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có biểu thức đạo hàm $f'(x)=x^3-3x^2-10x$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^2-2mx+m-2\right|-3\right)$ có 13 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường kính AB. Mặt phẳng (P) vuông góc với đoạn AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H (giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P)) có thể tích lớn nhất, biết rằng mặt phẳng (P) có phương trình $2x+by+cz+d=0$ với $b,c,d\in\mathbb{Z}$. Tính $S=b+c+d$.

A. $R=18$. **B.** $S=-14$. **C.** $S=-18$. **D.** $S=14$.

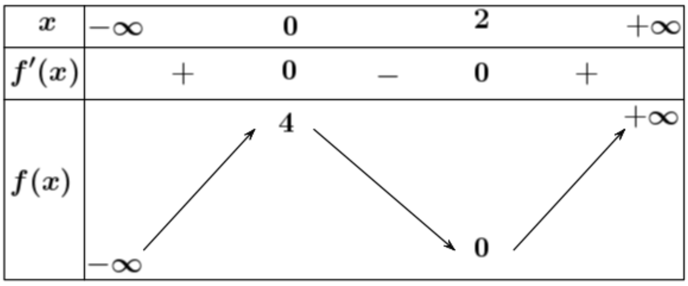
--------------------**HẾT**--------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	**2.D**	**3.A**	**4.B**	**5.D**	**6.B**	**7.A**	**8.B**	**9.C**	**10.A**
11.B	**12.B**	**13.C**	**14.C**	**15.A**	**16.C**	**17.B**	**18.B**	**19.C**	**20.A**
21.A	**22.A**	**23.B**	**24.A**	**25.C**	**26.C**	**27.A**	**28.D**	**29.C**	**30.C**
31.A	**32.A**	**33.D**	**34.C**	**35.B**	**36.A**	**37.D**	**38.B**	**39.C**	**40.A**
41.D	**42.B**	**43.D**	**44.D**	**45.B**	**46.D**	**47.D**	**48.D**	**49.A**	**50.C**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Giá trị cực đại của hàm số $y=f\left(x\right)$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Giá trị cực đại của hàm số $y=f\left(x\right)$ bằng 4.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=4x^2+x-5$

A. $\dfrac{4x^3}{3}+\dfrac{5x^2}{2}-5x+C$. **B.** $\dfrac{4x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}+4x+C$.

C. $8x+1+C$. **D.** $\dfrac{4x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}-5x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\left(4x^2+x-5\right)\mathrm{d}x=\dfrac{4x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}-5x+C$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_5\left(7x+3\right)=2$ là.

A. $x=\dfrac{22}{7}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\dfrac{29}{7}$. **D.** $x=22$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_5\left(7x+3\right)=2\Rightarrow 7x+3=5^2\Rightarrow x=\dfrac{25-3}{7}\Rightarrow x=\dfrac{22}{7}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P\left(-2;4;-12\right)$ và $F\left(-3;2;-2\right)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{PF}$.

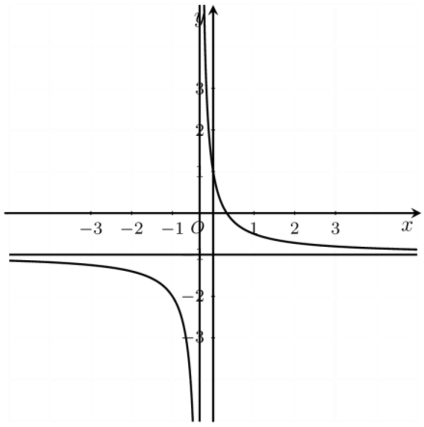
A. $\left(-5;6;-14\right)$. **B.** $\left(-1;-2;10\right)$. **C.** $\left(1;2;-10\right)$. **D.** $\left(6;8;24\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{PF}=\left(-3-\left(-2\right);-3-\left(-2\right);-2-\left(-12\right)\right)=\left(-1;-2;10\right)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}(a,b,c,d\in\mathbb{R}$ có đồ thị là đường cong như hình dưới đây. Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là



A. $y=-1$. **B.** $x=\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $x=-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	2	↗	4	↘	$-\infty$

A. $y=\dfrac{2-2x}{4x+4}$. **B.** $y=-2x^4+4x^2+2$. **C.** $y=-2x^4-4x^2+2$. **D.** $y=-2x^3+4x^2+2$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho là: $y=-2x^4+4x^2+2$

Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y=(x-3)^{\pi}$.

A. $D=(3;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$. **D.** $D=(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $x-3>0\Leftrightarrow x>3$. Tập xác định: $D=(3;+\infty)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+5}{-3}=\dfrac{y+8}{3}=\dfrac{z+7}{5}$. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng d ?

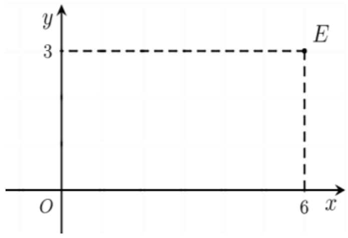
A. $\overrightarrow{u_3}=(5;8;7)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(-3;3;5)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(-5;-8;-7)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;-3;-5)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào phương trình ta có $\overrightarrow{u_1}=(-3;3;5)$ là một véctơ chỉ phương của d.

Câu 9: Điểm E trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây?



A. $-6-3i$. **B.** $-6+3i$. **C.** $6+3i$. **D.** $6-3i$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình vẽ ta có điểm $E(6;3)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z=6+3i$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(1;2;0)$ và bán kính $R=6\sqrt{2}$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=72$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=288$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=72$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có phương trình là: $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=72$.

Câu 11: Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{1}{a^3}\right)=6$. **B.** $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{1}{a^3}\right)=-6$.

C. $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{1}{a^3}\right)=\frac{1}{6}$. **D.** $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{1}{a^3}\right)=-\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{1}{a^3}\right)=\log_{a^{\frac{1}{2}}}a^{-3}=-3.2\log_a a=-6$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(0;3)$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(0;1)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $13a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=39a^3$. **B.** $V=\frac{19}{3}a^3$. **C.** $V=78a^3$. **D.** $V=26a^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng $V = 13.6 = 78$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x \ge 275$ là:

A. $S = \left(-\infty; \log_4 275\right]$. **B.** $S = \left(\log_4 275; +\infty\right)$.

C. $S = \left[\log_4 275; +\infty\right)$. **D.** $S = \left(-\infty; \log_4 275\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $4^x \ge 275 \Leftrightarrow x \ge \log_4 275 \Leftrightarrow x \ge \log_4 275$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. $y = \log_8 x$. **B.** $y = \log_{\frac{1}{8}} x$. **C.** $y = \log_{\frac{8}{9}} x$. **D.** $y = \left(\frac{1}{8}\right)^x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ là $y = \log_8 x$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oyz).

A. $\vec{n} = (1;0;1)$. **B.** $\vec{j} = (0;1;0)$. **C.** $\vec{i} = (1;0;0)$. **D.** $\vec{k} = (0;0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (Oyz) có véctơ pháp tuyến là $\vec{i} = (1;0;0)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-4)(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2, x = 4$ và các nghiệm này đều là nghiệm bội lẻ.

Vậy $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 18: Cho $\int_8^{13} f(x)\mathrm{d}x = 4, \int_8^{13} g(x)\mathrm{d}x = 5$. Tính $\int_8^{13} \left[4f(x) - 7g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. 24. **B.** -19. **C.** 36. **D.** 51.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_8^{13} \left[4f(x) - 7g(x)\right]\mathrm{d}x = 4\int_8^{13} f(x)\mathrm{d}x - 7\int_8^{13} g(x)\mathrm{d}x = 4.4(-7).5 = -19$.

Câu 19: Cho tích phân $\int_{-4}^{0} f(x)\mathrm{d}x = -8$. Tính tích phân $\int_0^{-4} 8f(x)\mathrm{d}x$.

A. -64. **B.** 16. **C.** 64. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^{-4} 8f(x)\mathrm{d}x = (-8).(-8) = 64$.

Câu 20: Cho hình chóp có diện tích đáy bằng $10a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=20a^3$. **B.** $V=30a^3$. **C.** $V=\frac{16}{3}a^3$. **D.** $V=60a^3$.

Lời giải

Chọn A

Tính thể tích V của khối chóp đã cho là: $V=\frac{1}{3}.10.6=20$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1=3i-8$ và $z_2=6-6i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A. $-3i-2$. **B.** $-3i-14$. **C.** $9i-14$. **D.** $-9i-2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z_1+z_2=-3i-2$.

Câu 22: Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao $4h$ và độ dài đường sinh l. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $r=-16h^2+l^2$. **B.** $r=16h^2+l^2$. **C.** $r=-h^2+l^2$. **D.** $r=4hl$.

Lời giải

Chọn A

Khẳng định $r=-16h^2+l^2$ là khẳng định đúng.

Câu 23: Có bao nhiêu cách xếp 3 bạn vào một dãy gồm 3 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có đúng một học sinh ngồi?

A. 3. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách chọn là một hoán vị của 3 phần tử. Số cách chọn là: $3!=6$.

Câu 24: Tìm $\int 6e^{2-10x}\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{3e^{2-10x}}{5}+C$. **B.** $6e^{2-10x}+C$. **C.** $-60e^{2-10x}+C$. **D.** $-\frac{5}{3}e^{2-10x}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int 6e^{2-10x}\mathrm{d}x=-\frac{3e^{2-10x}}{5}+C$

Câu 25: Biết đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1,x_2. Giá trị x_1+x_2 bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm là:

$$x-1=\frac{-x+5}{x-2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\(x-1)(x-2)+x-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\x^2-3x+2+x-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\x^2-2x-3=0\end{cases}$$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-1\end{array}\right.$. Suy ra $x_1+x_2=-1+3=2$.

Câu 26: Cho hình nón có đường sinh $5l$ và diện tích xung quanh là S. Bán kính đáy của hình nón bằng

A. $r=\frac{S}{10l}$. **B.** $r=\frac{2S}{\pi l}$. **C.** $r=\frac{S}{5\pi l}$. **D.** $r=\frac{S}{\pi l}$.

Lời giải

Chọn C

Khẳng định $r=\dfrac{S}{5\pi l}$ là khẳng định đúng.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4=-8$ và $u_{11}=-15$. Tìm công sai d.

A. $d=-1$. **B.** $d=\dfrac{15}{8}$. **C.** $d=-5$. **D.** $d=-7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_4=-8\Rightarrow u_1+3d=-8$.

Ta có: $u_{11}=-15\Rightarrow u_1+10d=-15$.

Giải hệ phương trình suy ra $u_1=-5, d=-1$.

Câu 28: Số phức $z=10i-1$ có mô đun bằng

A. $\sqrt{11}$. **B.** 11. **C.** 101. **D.** $\sqrt{101}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z=10i-1$ có mô đun bằng $|z|=\sqrt{101}$.

Câu 29: Cho số phức $z=5-2i$, phần ảo của số phức $(3i-2)\overline{z}$ bằng

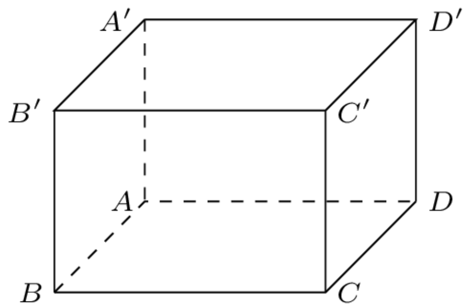
A. 19. **B.** -4. **C.** 11. **D.** -16.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(3i-2)\overline{z}=(3i-2)(2i+5)=-16+1i$ có phần thực bằng -16.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $A'B'$ và BD.



A. 90°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 68°.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(A'B',BD)=(A'B',B'D')=45^\circ$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng $CD=3a, CB=7a, SC=\sqrt{5}a$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SDA).

A. $\dfrac{3\sqrt{70}}{14}a$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{58}}{29}a$. **C.** $\dfrac{7\sqrt{30}}{18}a$. **D.** $\dfrac{21\sqrt{58}}{58}a$.

Lời giải

Chọn A

Vì $AD\perp CD, AD\perp SC\Rightarrow AD\perp(SCD)$. Kẻ $CH\perp SD$.

Ta có: $CH\perp AD\Rightarrow CH\perp(SDA)$.

$\Rightarrow d(C,(SDA))=CH=\dfrac{SC.CD}{\sqrt{SC^2+CD^2}}=\dfrac{\sqrt{5}a.3a}{\sqrt{5a^2+9a^2}}=\dfrac{3\sqrt{70}}{14}a$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x-4\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(7;+\infty\right)$. **B.** $\left(0;4\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;4\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=0,x=4$.

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f\left(x\right)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;0\right)$ và $\left(4;+\infty\right)$.

Do đó: trên khoảng $\left(7;+\infty\right)$ thì hàm số đã cho đồng biến.

Câu 33: Một nhà sách có 8 cuốn sách tham khảo môn Hóa Học 10 và 11 cuốn sách tham khảo môn Toán 10, các cuốn sách là khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 5 cuốn sách từ nhà sách. Tính xác suất của biến cố "Cả 5 cuốn sách được chọn đều cùng thể loại sách".

A. $\dfrac{77}{1938}$. **B.** $\dfrac{14}{2907}$. **C.** $\dfrac{259}{697680}$. **D.** $\dfrac{259}{5814}$.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn 5 cuốn sách là: $C_{19}^{5}=11628$.

Số cách chọn 5 cuốn sách từ cuốn sách tham khảo môn Hóa Học 10 là: $C_{8}^{5}=56$.

Số cách chọn 5 cuốn sách từ cuốn sách tham khảo môn Toán 10 là: $C_{11}^{5}=462$.

Xác suất cần tính là: $P=\dfrac{56+462}{11628}=\dfrac{259}{5814}$.

Câu 34: Cho tích phân $\int\limits_{7}^{13}f\left(x\right)\mathrm{d}x=11$. Tính tích phân $\int\limits_{7}^{13}\left[9f\left(x\right)+3\right]\mathrm{d}x$.

A. 81. **B.** 102. **C.** 117. **D.** 131.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int\limits_{7}^{13}\left[9f\left(x\right)+3\right]\mathrm{d}x=9\int\limits_{7}^{13}f\left(x\right)\mathrm{d}x+3\left(13-7\right)=9.11+3.6=117$.

Câu 35: Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^4-10x^2+1$ trên đoạn $[-3;2]$ bằng

A. 8. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f\left(x\right)=x^4-10x^2+1$. Hàm số liên tục trên $\left[-3;2\right]$

Giải $f'\left(x\right)=4x^3-20x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in\left[-3;2\right]\\x=\sqrt{5}\in\left[-3;2\right]\\x=-\sqrt{5}\in\left[-3;2\right]\end{array}\right.$.

Khi đó: $f\left(0\right)=1$; $f\left(\sqrt{5}\right)=f\left(-\sqrt{5}\right)=-24$; $f\left(2\right)=-23$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 1.

Câu 36: Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a\dfrac{1}{a^9}=-9$. **B.** $\log_a\dfrac{1}{a^9}=-\dfrac{1}{9}$. **C.** $\log_a\dfrac{1}{a^9}=9$. **D.** $\log_a\dfrac{1}{a^9}=\dfrac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức logarit ta có: $\log_a \frac{1}{a^9} = \log_a a^{-9} = -9$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(6;-6;0)$ và đi qua điểm $B(-4;5;1)$ có phương trình là

A. $(x+6)^2+(y-6)^2+z^2=222$. **B.** $(x-6)^2+(y+6)^2+z^2=888$.

C. $(x+6)^2+(y-6)^2+z^2=\sqrt{222}$. **D.** $(x-6)^2+(y+6)^2+z^2=222$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{IB}=(-10;5-b;1-c) \Rightarrow$ mặt cầu (S) có bán kính là $IB=\sqrt{222}$.

Mặt cầu (S) có phương trình là: $(x-6)^2+(y+6)^2+z^2=222$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{-1}$ và $d_2: \frac{x+1}{-1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(1;2;3)$. **B.** $Q(0;1;2)$. **C.** $P(-1;1;-1)$. **D.** $N(0;1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(1;-1;1)$, có 1 véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(1;2;-1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(-1;0;1)$, có 1 véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(-1;2;1)$.

Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 suy ra (P) đi qua điểm $M_1(1;-1;1)$, có 1 véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(4;0;4)$.

Phương trình mặt phẳng (P): $4(x-1)+0(y+1)+4(z-1)=0 \Leftrightarrow x+z-2=0$.

Dễ thấy điểm $Q(0;1;2)\in(P)$.

Câu 39: Biết x và y là hai số thực thoả mãn $\log_4 x=\log_9 y=\log_6(x-2y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

A. $\log^2_{\frac{2}{3}} 2$. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\log_4 x=\log_9 y=\log_6(x-2y)=t \Rightarrow \begin{cases} x=4^t \\ y=9^t \\ x-2y=6^t \end{cases}$

$\Rightarrow 4^t-2.9^t=6^t \Rightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^t-\left(\frac{2}{3}\right)^t-2=0$

Đặt $u=\left(\frac{2}{3}\right)^t$, điều kiện $u>0$. Ta có phương trình: $u^2-u-2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} u=-1 \text{ (lo¹i)} \\ u=2 \end{array}\right.$.

Ta có: $\frac{x}{y}=\left(\frac{4}{9}\right)^t=\left[\left(\frac{2}{3}\right)^t\right]^2=4$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+m+2+3\sqrt{x^2-4x}}{\sqrt{x^2-4x}+2}$ nghịch biến trên khoảng $(-4;0)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 17.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\sqrt{x^2-4x}\Rightarrow t'=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-4x}}<0\ \forall\ t\in(-4;0)$

$\Rightarrow t$ nghịch biến trên $(-4;0)\Rightarrow t\in\left(0;4\sqrt{2}\right)$.

Khi đó bài toán trở thành tìm m nguyên dương để hàm số $g(t)=\dfrac{t^2+3t+m+2}{t+2}$ đồng biến trên $\left(0;4\sqrt{2}\right)$.

Ta có $g(t)=\dfrac{t^2+3t+m+2}{t+2}\Rightarrow g'(t)=\dfrac{t^2+4t+4-m}{(t+2)^2}=0\Leftrightarrow t^2+4t+4-m=0\Leftrightarrow (t+2)^2=m$

Do phương $m>0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x=-2\pm\sqrt{m}$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biên trên $\left(-\infty;-2-\sqrt{m}\right)$ và $\left(-2+\sqrt{m};+\infty\right)$.

Để hàm số $g(t)$ đồng biến trên $\left(0;4\sqrt{2}\right)\Leftrightarrow\left(0;4\sqrt{2}\right)\subset\left(-2+\sqrt{m};+\infty\right)$

$\Leftrightarrow -2+\sqrt{m}\le 0\Leftrightarrow\sqrt{m}\le 2\Leftrightarrow m\le 4$.

Câu 41: Có bao nhiêu số thực c để hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+c$, trục hoành và các đường thẳng $x=2;\ x=4$ có diện tích bằng 3?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng: $S=\int\limits_2^4\left|x^2-4x+c\right|\mathrm{d}x$. Hàm số $y=f(x)=x^2-4x+c$ trên đoạn $[2;4]$ có bảng biến thiên như sau:

x	2		4
$f(x)$	$c-4$	$\nearrow$	c

TH1: Nếu $c\ge 4\ \Rightarrow f(x)\ge x^2-4x+4\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên $f(x)=x^2-4x+4\ge 0\ \forall x\in[2;4]$.

Do đó $S=\int\limits_2^4\left|x^2-4x+c\right|\mathrm{d}x=\left.\left(\dfrac{x^3}{3}-2x^2+cx\right)\right|_2^4=2c-\dfrac{16}{3}$; $S=3\Leftrightarrow c=\dfrac{25}{6}$.

TH2: Nếu $c\le 0\ \Rightarrow f(x)\le x^2-4x\le 0\ \forall x\in[2;4]$.

Do đó $S=\int\limits_2^4\left|x^2-4x+c\right|\mathrm{d}x=\int\limits_2^4\left(-x^2+4x-c\right)\mathrm{d}x=\left.\left(-\dfrac{x^3}{3}+2x^2-cx\right)\right|_2^4=\dfrac{16}{3}-2c$; $S=3\Leftrightarrow c=\dfrac{7}{6}$.

TH3: Nếu $0<c<4$, $f(x)=x^2-4x+c$ có 2 nghiệm, trong đó 1 nghiệm $x_2=2+\sqrt{4-c}\in[2;4]$

x	2		$2+\sqrt{4-c}$		4
$f(x)$		$-$	0	$+$	

Đặt $F(x)=\int\left(x^2-4x+c\right)\mathrm{d}x=\int\left[(x-2)^2+c-4\right]\mathrm{d}x=\dfrac{(x-2)^3}{3}+(c-4)x+C$

Do đó $S=-\int\limits_2^{x_2}\left(x^2-4x+c\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{x_2}^{4}\left(x^2-4x+c\right)\mathrm{d}x\ =F(4)+F(2)-2F(x_2)$

$=6c-24+\dfrac{8}{3}-2\left[\dfrac{(x_2-2)^3}{3}+(c-4)x_2\right].$

Vì $S=3$ và $x_2=2+\sqrt{4-c}$ nên ta có phương trình: $4.\sqrt{4-c}^3=25-6c\ (*)$.

Đặt $t=\sqrt{4-c},\ t\in[0;2]$, trở thành: $4t^3-6t-1=0$, tính được $t\approx 1.5979$ nên $c\approx 1.4467$.

Vậy có hai giá trị của c thỏa mãn bài toán.

Câu 42: Cho số phức z thỏa số phức $w=\dfrac{z.|z|}{iz-|z|}$ có phần ảo bằng -1. Tìm môđun của số phức z.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Nếu $z=0$ thì số phức w không tồn tại, suy ra $z\neq 0$.

Đặt $z_0=\dfrac{1}{z}=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$, khi đó $w=\dfrac{\dfrac{1}{z_0}.\left|\dfrac{1}{z_0}\right|}{\dfrac{i}{z_0}-\left|\dfrac{1}{z_0}\right|}=\dfrac{1}{i|z_0|-z_0}$.

Từ đây ta có $w=\dfrac{1}{i|z_0|-z_0}=\dfrac{1}{-x-i\left(y-\sqrt{x^2+y^2}\right)}$

$=\dfrac{-x+i\left(y-\sqrt{x^2+y^2}\right)}{\left(\sqrt{x^2+y^2}-y\right)^2+x^2}=\dfrac{-x}{\left(\sqrt{x^2+y^2}-y\right)^2+x^2}+\dfrac{y-\sqrt{x^2+y^2}}{\left(\sqrt{x^2+y^2}-y\right)^2+x^2}i$

Suy ra: $\dfrac{y-\sqrt{x^2+y^2}}{\left(\sqrt{x^2+y^2}-y\right)^2+x^2}=-1\Leftrightarrow\sqrt{x^2+y^2}-y=2\left(x^2+y^2-y\sqrt{x^2+y^2}\right)$

$\Leftrightarrow\left(\sqrt{x^2+y^2}-y\right)\left(2\sqrt{x^2+y^2}-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x^2+y^2}=y\\ \sqrt{x^2+y^2}=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$

Xét $\sqrt{x^2+y^2}=y$, ta có $\begin{cases}y\geq 0\\ x=0\end{cases}$ suy ra $z_0=yi$ với $y>0$.

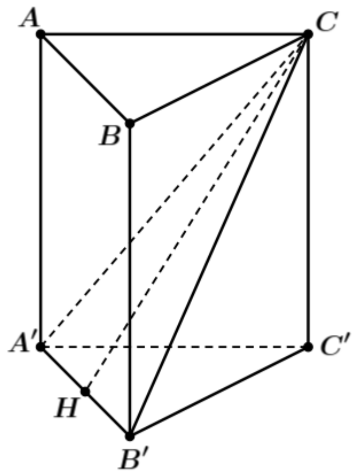
Điều này dẫn đến $iz=|z|=\dfrac{1}{y}$ mâu thuẫn với sự tồn tại của w. Vậy $|z_0|=\dfrac{1}{2}$ suy ra $|z|=2$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy a; biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C$ bằng $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

A. $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $AB//A'B' \Rightarrow AB//\left(A'B'C\right) \Rightarrow d_{(AB,A'C)} = d_{(AB,(A'B'C))} = d_{(B,(A'B'C))} = \dfrac{a\sqrt{15}}{5}$

Đặt $AA' = x > 0$.

Tam giác $CA'B'$ cân tại C, $CA' = CB' = \sqrt{a^2 + x^2}$.

Diện tích tam giác $CA'B'$ là

$S_{CA'B'} = \dfrac{1}{2}CH.A'B' = \dfrac{1}{2}.a.\sqrt{a^2 + x^2 - \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{1}{2}a.\sqrt{\dfrac{3a^2 + 4x^2}{4}} = \dfrac{1}{4}a\sqrt{3a^2 + 4x^2}$

Thể tích lăng trụ $V = x.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (1)

Lại có $V = 3V_{B.A'B'C} = 3.\dfrac{1}{3}d_{(B,(A'B'C))}.S_{A'B'C} = \dfrac{a\sqrt{15}}{5}.\dfrac{1}{4}a.\sqrt{3a^2 + 4x^2}$.

Do đó $x.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a\sqrt{15}}{5}.\dfrac{1}{4}a.\sqrt{3a^2 + 4x^2} \Leftrightarrow 5x\sqrt{3} = \sqrt{15}.\sqrt{3a^2 + 4x^2} \Leftrightarrow x = a\sqrt{3}$.

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng: $V = x.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 3 = 0$ và điểm $A(2;2;2)$. Từ A kẻ được các tiếp tuyến đến mặt cầu (S). Biết các tiếp điểm luôn thuộc mặt phẳng (α) có phương trình $ax + by + cz - 5 = 0$. Hỏi mặt phẳng (α) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;-2;0)$. **B.** $N(0;2;-1)$. **C.** $P(2;2;-1)$. **D.** $Q(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;1)$, bán kính $R = 2$.

Có $\overrightarrow{IA} = (2;2;1) \Rightarrow IA = 3$. Kẻ một tiếp tuyến AB đến mặt cầu (S), với B là tiếp điểm.

Ta có tam giác ABI vuông tại B nên ta có $AB = \sqrt{IA^2 - IB^2} = \sqrt{5}$.

Gọi $H(x;y;z)$ là chân đường cao kẻ từ B của tam giác ABI.

Ta có: $IB^2 = IH.IA \Rightarrow IH = \dfrac{IB^2}{IA} = \dfrac{4}{3} \Rightarrow IH = \dfrac{4}{9}.IA$.

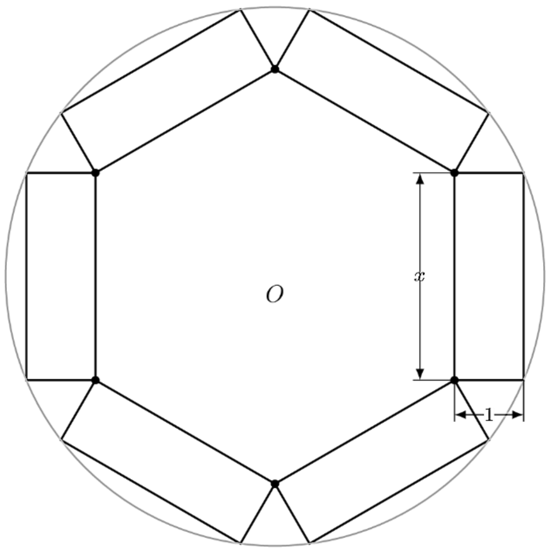
Từ suy ra được $\overrightarrow{IH}=\dfrac{4}{9}\overrightarrow{IA}\Rightarrow\begin{cases}x-0=\dfrac{4}{9}.2\\y-0=\dfrac{4}{9}.2\\z-1=\dfrac{4}{9}.1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{8}{9}\\y=\dfrac{8}{9}\\z=\dfrac{13}{9}\end{cases}\Rightarrow H\left(\dfrac{8}{9};\dfrac{8}{9};\dfrac{13}{9}\right)$.

Mặt phẳng (α) vuông góc với đường thẳng IA nên nhận $\overrightarrow{IA}=(2;2;1)$ làm vectơ pháp tuyến. Hơn nữa mặt phẳng (α) đi qua điểm H.

Vậy (α) có phương trình: $2.\left(x-\dfrac{8}{9}\right)+2.\left(y-\dfrac{8}{9}\right)+1.\left(z-\dfrac{13}{9}\right)=0\Leftrightarrow 2x+2y+z-5=0$.

Vậy mặt phẳng (α) đi qua điểm $Q(1;1;1)$.

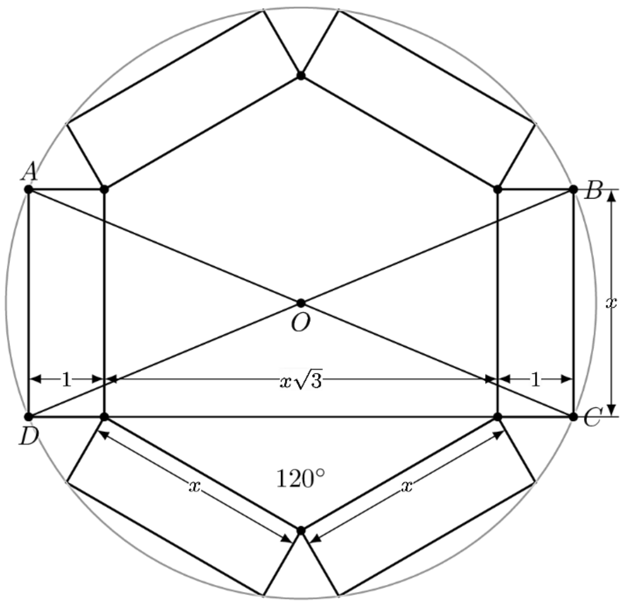
Câu 45: Bạn An định làm một cái hộp quà lưu niệm (không nắp) bằng cách cắt từ một tấm bìa hình tròn bán kính 4cm để tạo thành một khối lăng trụ lục giác đều, biết 6 hình chữ nhật có các kích thước là 1 cm và $x\text{ cm}$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích của hộp quà gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $24,5\text{ cm}^3$. **B.** 25 cm^3. **C.** $25,5\text{ cm}^3$. **D.** 24 cm^3.

Lời giải

Chọn B



Xét hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp (O), do đó, AC là đường kính của (O). Ta có $AC = 8\text{cm}$.

Tính được: $DC = 1 + x\sqrt{3} + 1 = x\sqrt{3} + 2$

Áp dụng định lý Pytago vào tam giác ΔADC:

$$x^2 + \left(2 + x\sqrt{3}\right)^2 = 8^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x\sqrt{3} - 60 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3\sqrt{7} - \sqrt{3}}{2}$$

Thể tích hộp quà là: $V = h.S_d = 1.6.\dfrac{x^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3}{2}x^2\sqrt{3} = \dfrac{-27\sqrt{7} + 99\sqrt{3}}{4} \approx 25,0094\ \text{cm}^3$

Câu 46: Cho x và y là các số thực dương thỏa mãn $\dfrac{1}{2}\log_3\dfrac{x}{9} + \log_3 y = \dfrac{9 - xy^2}{y^2}$. Khi $P = x + 6y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của $\dfrac{x}{y}$ bằng

A. $\sqrt[3]{3}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\sqrt[3]{9}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Với $x, y \in \mathbb{R}^+$, ta có: $\dfrac{1}{2}\log_3\dfrac{x}{9} + \log_3 y = \dfrac{9 - xy^2}{y^2} \Leftrightarrow \log_3\dfrac{x}{9} + 2\log_3 y = \dfrac{18 - 2xy^2}{y^2}$

$$\Leftrightarrow \log_3\frac{xy^2}{9} = \frac{18 - 2xy^2}{y^2} \Leftrightarrow \log_3 xy^2 + 2\cdot\frac{xy^2}{y^2} = \log_3 9 + 2\cdot\frac{9}{y^2} \quad (1)$$

Xét hàm: $f(t) = \log_3 t + 2\cdot\dfrac{t}{v^2}$, $t > 0$

Khi đó: $f'(t) = \dfrac{1}{3\ln t} + \dfrac{2}{v^2} > 0, \forall t > 0, v \in \mathbb{R}$. Suy ra: $(1) \Leftrightarrow xy^2 = 9 \Rightarrow x = \dfrac{9}{y^2}$.

$$\Rightarrow P = x + 6y = \frac{9}{y^2} + 6y = \frac{9}{y^2} + 3y + 3y \geq 3\sqrt[3]{\frac{9}{y^2}\cdot 3y\cdot 3y} = \sqrt[3]{81}$$

Dấu bằng xảy ra khi $\dfrac{9}{y^2} = 3y \Rightarrow y = \sqrt[3]{3}$. Vậy khi $P_{\min}$ thì $\dfrac{x}{y} = \dfrac{9}{y^3} = \dfrac{9}{3} = 3$.

Câu 47: Cho số phức z thỏa mãn $\dfrac{z}{1+z}$ là số thuần ảo. có Môđun nhỏ nhất của số phức $z^2 + 4$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = a + bi\,(z \neq 0)$

Ta có: $\dfrac{z}{1+z} = \dfrac{a+bi}{1+a+bi} = \dfrac{(a+bi)(1+a-bi)}{(1+a+bi)(1+a-bi)} = \dfrac{a(1+a)+b^2+bi}{(1+a)^2+b^2}$

$$= \frac{a(1+a)+b^2}{(1+a)^2+b^2} + \frac{b}{(1+a)^2+b^2}i.$$

Theo giả thiết $\dfrac{z}{1+z}$ là số thuần ảo $\Rightarrow \dfrac{a(1+a)+b^2}{(1+a)^2+b^2} = 0 \Leftrightarrow a(1+a)+b^2 = 0 \ (1)$

$$z^2 + 4 = (a+bi)^2 + 4 = a^2 - b^2 + 4 - 2abi \Rightarrow \left|z^2+4\right| = \sqrt{\left(a^2-b^2+4\right)^2 + (-2ab)^2}.$$

$\left|z^2+4\right|$ có mô đun nhỏ nhất khi và chỉ khi $\left(a^2-b^2+4\right)^2+4a^2b^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Từ $(1) \Rightarrow b^2=-a^2-a$.

Ta có: $\left(a^2-b^2+4\right)^2+4a^2b^2=\left[a^2-\left(-a^2-a\right)+4\right]^2+4a^2\left(-a^2-a\right)$

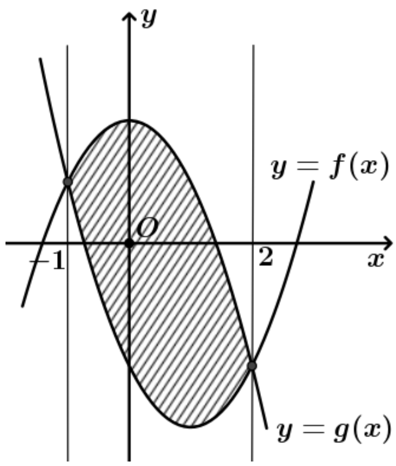
$=\left(2a^2+a+4\right)^2-4a^2\left(a^2+a\right)=17a^2+8a+16 \quad (2)$

(2) là một tam thức bậc 2, hệ số của a^2 lớn hơn 0

$\Rightarrow$ (2) đạt giá trị nhỏ nhất tại $a=-\dfrac{8}{2.17}=-\dfrac{4}{17}$.

Vậy z^2+4 có mô đun nhỏ nhất bằng $\sqrt{17.\left(-\dfrac{4}{17}\right)^2+8.\left(-\dfrac{4}{17}\right)+16}=\dfrac{16\sqrt{17}}{17}\in(3;4)$.

Câu 48: Gọi (D) là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đường cong $y=f(x)=ax^2+bx+c$ và $y=g(x)=-x^2+mx+n$. Biết $S_{(D)}=9$ và đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đỉnh $I(0;2)$. Khi cho miền được giới hạn bởi hai đường cong trên và hai đường thẳng $x=-1; x=2$ quay quanh trục Ox, ta nhận được vật thể tròn xoay có thể tích V. Giá trị của V bằng:



A. $\dfrac{295\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{295\pi}{19}$. **C.** $\dfrac{259\pi}{19}$. **D.** $\dfrac{259\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Parabol $y=g(x)$ có đỉnh $I(0;2)$ suy ra $m=0;\ n=2 \Rightarrow y=g(x)=-x^2+2$

Phương trình hoành độ giao điểm của $y=f(x)$ và $y=g(x)$:

$ax^2+bx+c=-x^2+2 \Leftrightarrow (a+1)x^2+bx+c-2=0$. (1)

Dựa vào hình vẽ, ta có phương trình hoành độ giao điểm của $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cũng có dạng là $(a+1)(x+1)(x-2)=0 \Leftrightarrow (a+1)\left(x^2-x-2\right)=0$ (2)

Ta có $S_{(D)}=9 \Leftrightarrow \int_{-1}^{2}\left|(a+1)\left(x^2-x-2\right)\right|\mathrm{d}x=9 \Leftrightarrow \dfrac{9}{2}|a+1|=9 \Leftrightarrow a+1=2 \Leftrightarrow a=1$

Với $a=1$ từ (1) và (2) ta suy ra: $2x^2+bx+c-2=2x^2-2x-4 \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2 \\ c=-2 \end{cases}$

Vì hai đường $y=f(x)=x^2-2x-2$ và $y=g(x)=-x^2+2$ nằm khác phía trục Ox nên ta lấy đối xứng đồ thị hàm số $y=f(x)=x^2-2x-2$ qua trục Ox ta được đồ thị hàm số

$y = -\left(x^2 - 2x - 2\right) = -x^2 + 2x + 2$.

Xét $-x^2 + 2 - \left(-x^2 + 2x + 2\right) = -2x \Rightarrow \begin{cases} -x^2 + 2 \ge -x^2 + 2x + 2 > 0, \forall x \in [-1;0] \\ 0 < -x^2 + 2 \le -x^2 + 2x + 2, \forall x \in [0;2] \end{cases}$

Suy ra thể tích khối tròn xoay cần tìm là:

$$V = \pi \int_{-1}^{0} \left(-x^2 + 2\right)^2 \mathrm{d}x + \pi \int_{0}^{2} \left(-x^2 + 2x + 2\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{259\pi}{15}$$

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có biểu thức đạo hàm $f'(x) = x^3 - 3x^2 - 10x$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số

$g(x) = f\left(\left|x^2 - 2mx + m - 2\right| - 3\right)$ có 13 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

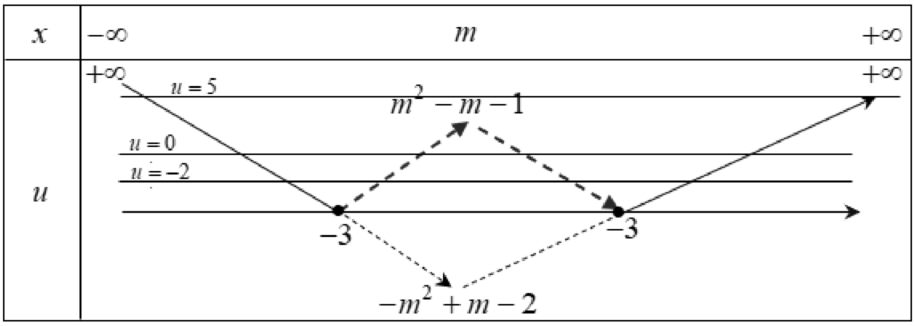
Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại các điểm $x = 5; x = 0; x = -2$.

Xét hàm số $f(u) = f\left(\left|x^2 - 2mx + m - 2\right| - 3\right)$ với $u = \left|x^2 - 2mx + m - 2\right| - 3$.

Đặt $h(x) = x^2 - 2mx + m - 2$, ta vẽ bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ như sau:

x	$-\infty$		m		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-m^2 + m - 2$	$\nearrow$	$+\infty$

Nhận thấy $-m^2 + m - 2 < 0$ nên ta suy ra được bảng biến thiên của u như sau:



Số điểm cực trị của $f(u) =$ Số điểm cực trị của u + Số nghiệm đơn (bội lẻ) của $\left[\begin{array}{l} u = 5 \\ u = 0 \\ u = -2 \end{array}\right.$.

Từ bảng biến thiên ta thấy u có 3 điểm cực trị. Để hàm số $g(x)$ có 13 cực trị thì số nghiệm đơn (bội lẻ) của $\left[\begin{array}{l} u = 5 \\ u = 0 \\ u = -2 \end{array}\right.$ phải bằng 10.

Để có 10 nghiệm bội lẻ thì các đường thẳng $u = -2; u = 0$ phải nằm dưới $m^2 - m - 1$ (nếu nằm trên thì chỉ cho tối đa 6 nghiệm) và đường thẳng $u = 5$ phải nằm trên $m^2 - m - 1$.

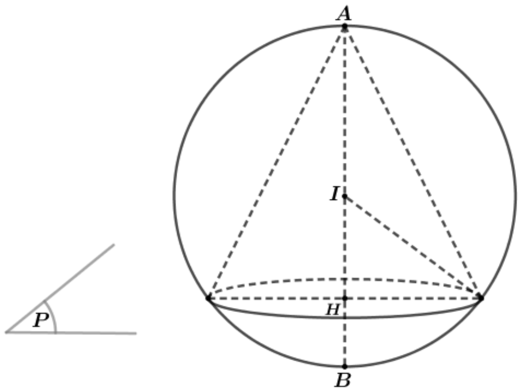
Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-m-1>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ m<\dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right. \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}^+} m\in\{2;3\} \\ m^2-m-1\le 5 \Leftrightarrow -2\le m\le 3 \end{cases}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường kính AB. Mặt phẳng (P) vuông góc với đoạn AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H (giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P)) có thể tích lớn nhất, biết rằng mặt phẳng (P) có phương trình $2x+by+cz+d=0$ với $b,c,d\in\mathbb{Z}$. Tính $S=b+c+d$.

A. $R=18$. **B.** $S=-14$. **C.** $S=-18$. **D.** $S=14$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;4;2)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I(4;3;4)$ và bán kính $R=\dfrac{1}{2}AB=3$

Gọi r là bán kính của đường tròn tâm H. Vì thể tích khối nón lớn nhất nên H thuộc đoạn IB, tức là $AH>3$.

Đặt $IH=x$, $0\le x<3 \Rightarrow r^2=R^2-x^2=9-x^2$.

Khi đó thể tích khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H là

$V=\dfrac{1}{3}AH.\pi r^2=\dfrac{1}{3}(3+x).\pi\left(9-x^2\right)=\dfrac{1}{6}(3+x).(3+x)(6-2\text{x})\pi$

$\le\dfrac{1}{6}.\left(\dfrac{12}{3}\right)^3\pi=\dfrac{32}{3}\pi$ (Bất đẳng thức Cô-si).

Dấu "=" xảy ra khi $3+x=6-2x\Rightarrow x=1\Rightarrow IH=1$.

Mặt phẳng (P) nhận $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(2;2;1)$ làm vectơ pháp tuyến nên phương trình mặt phẳng (P) là $2x+2y+z+m=0$.

Lại có $d\left(I;(P)\right)=1\Leftrightarrow\dfrac{|18+m|}{3}=1\Rightarrow\left[\begin{array}{l} m=-15 \\ m=-21 \end{array}\right.$.

Với $m=-15$ suy ra phương trình mặt phẳng (P) là $2x+2y+z-15=0$. Khi đó I và B nằm cùng phía so với mặt phẳng (P) ($AH=d\left(A;(P)\right)<3$) nên $m=-15$ không thỏa mãn.

Với $m=-21$ suy ra phương trình mặt phẳng (P) là $2x+2y+z-21=0$. Khi đó I và B nằm khác phía so với mặt phẳng (P) ($AH=d\left(A;(P)\right)>3$) nên $m=-21$ thỏa mãn.

Vậy $b=2,c=1,d=-21\Rightarrow S=-18$.