

ĐỀ CƯƠNG TOÁN 12 GIỮA HỌC KỲ II – NĂM HỌC 2023-2024

I/ NGUYÊN HÀM

Câu 1: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{4}{3}} + C$. **B.** $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + C$. **C.** $\int x^{\frac{1}{3}} dx = x^{\frac{2}{3}} + C$. **D.** $\int x^{\frac{1}{3}} dx = \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} + C$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \cos x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = -\sin x + x^2 + C$. **B.** $\int f(x) dx = -\sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

C. $\int f(x) dx = \sin x - x^2 + C$. **D.** $\int f(x) dx = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x) dx = e^x + C$ **B.** $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$

C. $\int f(x) dx = e^x + 2x^2 + C$ **D.** $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C$

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \tan 2x + C$ **B.** $\int f(x) dx = x + \tan 2x + C$

C. $\int f(x) dx = x - \frac{1}{2} \tan 2x + C$ **D.** $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \cot 2x + C$

Câu 5: Cho $\int \frac{1}{x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \frac{2}{x^2}$. **B.** $F'(x) = \ln x$. **C.** $F'(x) = \frac{1}{x}$. **D.** $F'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Câu 6: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$. Tính $F'(25)$.

Câu 7: Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:

A. $f(x) = 2xe^{x^2}$. **B.** $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$. **C.** $f(x) = e^{2x}$. **D.** $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$.

Câu 8: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{1}{2x+1}$; biết $F(0) = 2$. Tính $F(1)$.

Câu 9: Tính nguyên hàm $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+4}}$ bằng cách đặt $t = \sqrt{x+4}$ ta thu được nguyên hàm nào?

II/ TÍCH PHÂN

Câu 10: Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 f(x) dx = 5$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$

trên \mathbb{R} và $F(2) = 6, F(4) = 12$. Tính tích phân $\int_2^4 f(x) dx$

Câu 12: Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2} f(x) + 2 \right] dx$ bằng bao nhiêu?

Câu 13: Nếu $\int_{-1}^5 f(x)dx = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x)dx$ bằng bao nhiêu?

Câu 14: Cho $\int f(x)dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = -\cos x$ B. $f(x) = -\sin x$ C. $f(x) = \sin x$ D. $f(x) = \cos x$

Câu 15: Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 2$ thì $\int_2^5 3f(x)dx$ bằng

Câu 16: Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 5$ và $\int_2^3 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng bao nhiêu?

Câu 17: Nếu $\int_1^3 [2f(x)+1]dx = 5$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng bao nhiêu?

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thoả mãn $\int_1^8 f(x)dx = 9$, $\int_4^{12} f(x)dx = 3$,

$\int_4^8 f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_1^{12} f(x)dx$.

Câu 19: Cho f, g là hai hàm liên tục trên đoạn $[1;3]$ thoả:

$$\int_1^3 [f(x)+3g(x)]dx = 10, \int_1^3 [2f(x)-g(x)]dx = 6. \text{ Tính } \int_1^3 [f(x)+g(x)]dx.$$

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\sin^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng bao nhiêu?

Câu 21: Biết rằng tồn tại duy nhất các bộ số nguyên a, b, c sao cho

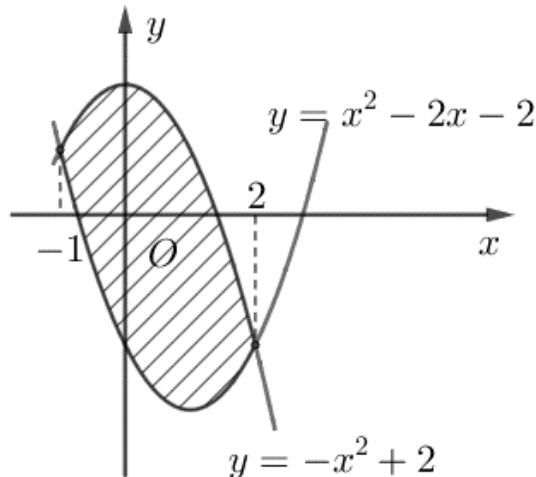
$$\int_2^3 (4x+2)\ln x dx = a + b \ln 2 + c \ln 3. \text{ Giá trị của } a + b + c \text{ bằng bao nhiêu?}$$

Câu 22: Cho $I = \int_0^{\pi} \sin x \cdot e^{\cos x} dx$. Nếu đặt $t = \cos x$ thì ta được tích phân nào?

IV/ ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Câu 23: Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = -x^2 + 2x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

Câu 24: Lập công thức tính diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình



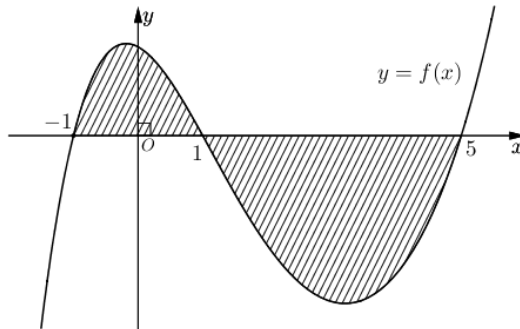
Câu 25: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào ?

Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng

Câu 27: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_0^2 2^x dx$ B. $S = \int_0^2 2^x dx$ C. $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$ D. $S = \int_0^2 2^{2x} dx$

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$ B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx.$
 C. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$ D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx.$

Câu 29: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

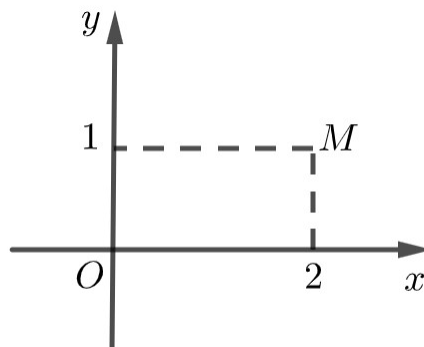
Câu 30: Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$, xung quanh trục Ox .

Câu 31: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{3x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng:

V/ SỐ PHỨC & CÁC PHÉP TOÁN CỘNG, TRỪ, NHÂN

Câu 32: Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Tìm phần thực của số phức $z_1 - z_2$.

Câu 33: Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



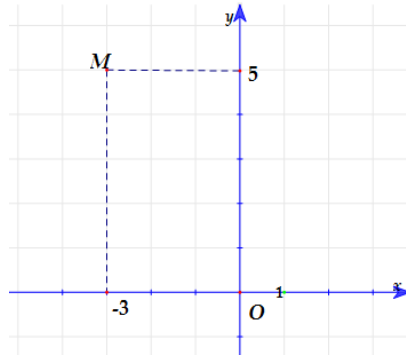
Câu 34: Cho số phức $z = 1 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức \bar{z} .

Câu 35: Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$

Câu 36: Cho số phức $z = 2 + 9i$, tìm phần thực của số phức z^2 .

Câu 37: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 2i| = 1$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ ?

Câu 38: Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức z . Tính module của z .



Câu 39: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.

Câu 40: Cho 2 số phức $z_1 = m + i$ và $z_2 = m + (m + 2)i$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị dương của tham số m để $z_1 z_2$ là một số thuần ảo?

VI/ HỆ TOA ĐỘ Oxyz:

Câu 41: Trong không gian Oxyz, cho hai véc tơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$; $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$.

- a/ Tìm độ dài mỗi véc tơ
- b/ Tìm điều kiện để hai véc tơ vuông góc
- c/ Tìm điều kiện để hai véc tơ cùng phương?
- e/ Công thức tính tích có hướng của hai véc tơ

Câu 42: Trong không gian Oxyz, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 2; -2)$ và $\vec{v} = (2; -2; 3)$.

- a/ Tìm tọa độ của vectơ $2\vec{u} - 3\vec{v}$
- b/ Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$
- c/ Tính góc giữa hai véc tơ $\vec{u}; \vec{v}$
- d/ Tính tích có hướng của hai véc tơ $\vec{u}; \vec{v}$

Câu 43: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(1; 2; -3)$.

- a/ Hình chiếu vuông góc của A lên trục Oy có tọa độ?
- b/ Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ?
- c/ Điểm đối xứng với A qua trục Oz có tọa độ ?
- c/ Điểm đối xứng với A qua mp(Oxz) có tọa độ ?

Câu 44: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(3; 1; -2)$, $B(2; -3; 5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$. Tìm tọa độ điểm M

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$, $M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng.

VII/ PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU:

Câu 47: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 2$.

Câu 48: Viết phương trình mặt cầu đường kính AB, biết $A(5; 2; 1)$ và $B(1; 0; 1)$.

Câu 49: Tìm độ dài đường kính của mặt cầu $(S): x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$.

Câu 50: Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 1 = 0$.

Câu 51: Viết phương trình cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$.

Câu 52: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

Câu 53: Viết phương trình mặt cầu (S) tâm $I(2;1;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $2x + 2y - z - 2 = 0$.

Câu 54: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) tiếp xúc với (S).

VIII/ PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG TRONG HỆ TOA ĐỘ Oxyz:

Câu 55: Viết phương trình các mặt phẳng (Oxz) , (Oxy) , (Oyz)

Câu 56: Tìm một vectơ pháp tuyến của $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$

Câu 57: Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$

Câu 58: Cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB.

Câu 59: Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(2;1;-2)$ và song song với mặt phẳng (P): $3x - 2y + z + 1 = 0$.

Câu 60: Viết phương trình mặt phẳng (ABC) , biết $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$.

Câu 61: Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB, biết $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$.

Câu 62: Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua hai điểm $A(1;2;-1)$; $B(-1;0;1)$ và vuông góc mặt phẳng (P): $x + 2y - z + 1 = 0$.

Câu 63: Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$, $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) .

Câu 64: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x - 3y + 2z - 1 = 0$, (Q): $x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Viết phương trình của mp (α) .

Câu 65: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α) ?

- A. $Q(3;3;0)$ B. $N(2;2;2)$ C. $P(1;2;3)$ D. $M(1;-1;1)$

Câu 66: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây **thuộc** (P)?

- A. $P(0;0;-5)$ B. $M(1;1;6)$ C. $Q(2;-1;5)$ D. $N(-5;0;0)$

Câu 67: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây **đi qua** gốc tọa độ?

- A. $x + 20 = 0$. B. $x - 2019 = 0$. C. $y + 5 = 0$. D. $2x + 5y - 8z = 0$.

Câu 68: Tính khoảng cách d từ điểm $A(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$.

Câu 69: Cho mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O; R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

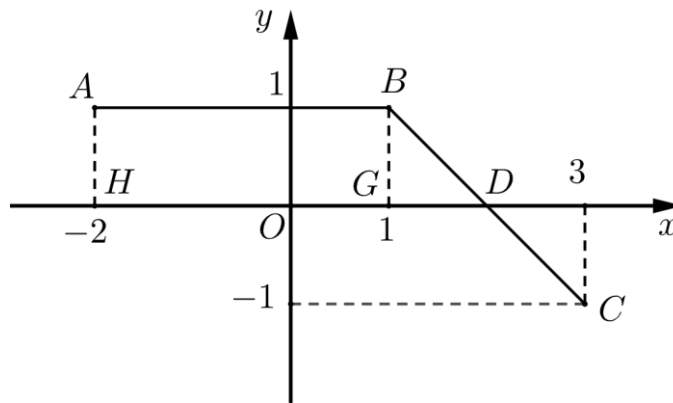
- A. $d < R$. B. $d > R$. C. $d = R$. D. $d = 0$.

IX: TỔNG HỢP VẬN DỤNG CAO:

Câu 70: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 0$ và

$$\int_0^1 x^{2023} f(x) dx = 2. \text{ Tính } \int_0^1 x^{2024} f'(x) dx ?$$

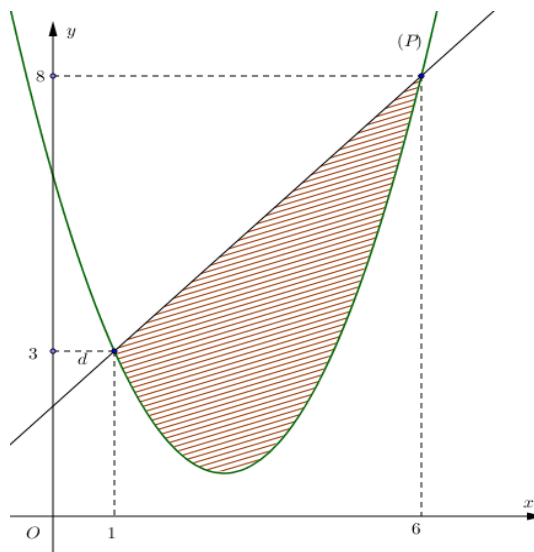
Câu 71: Đường gấp khúc ABC trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$.



Tính tích phân $\int_{-2}^3 f(x) dx$.

Câu 72: Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình vẽ bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{9}$.

Tính tích phân $\int_1^6 (2x - 5) f'(x) dx$.



- Câu 73:** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $-xf'(x) \cdot \ln x + f(x) = 2x^2 f^2(x), \forall x \in (1; +\infty)$, $f(x) > 0, \forall x \in (1; +\infty)$ và $f(e) = \frac{1}{e^2}$. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = xf(x), y = 0, x = e, x = e^2$.
- Câu 74:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa $f(x) + f'(x) = \frac{2x^3 - 5x^2 + 5x}{(x^2 - x + 1)^2}; f(1) - f(0) = 2; \int_0^1 f(x) dx = 0$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục tung và trục hoành có dạng $S = \ln a - \ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $T = a^2 + b^2$.
- Câu 75:** Cho hàm số $y = f(x) = x^2 + \int_0^1 (x+u)f(u)du$ có đồ thị (C) . Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục tung, tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = 1$ bằng bao nhiêu?
- Câu 76:** Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = |z - \bar{z}|$ và $|(z+2)(\bar{z}+2i)| = |z-2i|^2$?
- Câu 77:** Cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$
- Câu 78:** Xét các số phức z thỏa mãn $|z^2 - 3 - 4i| = 2|z|$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị của $M^2 + m^2$ bằng bao nhiêu?
- Câu 79:** Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $(z-6)(8-i\bar{z})$ là một số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 6$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 + 3z_2|$ bằng bao nhiêu?
- Câu 80:** Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $(z-6)(8-i\bar{z})$ là số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 6$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng bao nhiêu?
- Câu 81:** Cho các số phức z và w thỏa mãn $|z-4| = 1$ và $|iw-2| = 1$. Khi $|z+2w|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|iz+w|$ bằng bao nhiêu?
- Câu 82:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;1;0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax + y - z + d = 0$. Hãy xác định a và d .
- Câu 83:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $H(2;1;1)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (α) có phương trình là $ax + by + z + c = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$
- Câu 84:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 17 = 0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$ theo một đường tròn có chu vi bằng 6π . Tìm phương trình mặt phẳng (Q) .

-----Hết-----